



Macroeconomía II

De la síntesis neoclásica a los microfundamentos dinámicos — 5 módulos en 12 clases

Material docente construido íntegramente sobre: Villena, M. (2025), «Análisis Macroeconómico Intermedio»

Módulos I–V: Consumo, ahorro e inversión · Incertidumbre y valoración de activos · Crecimiento neoclásico · Ciclos Reales (RBC) · Dinámica de la política

Profesor: Fernando Greve · fgreve@gmail.com

Cómo está construido este material

Cada clase reproduce el método del libro: se plantea el problema, se escriben las restricciones, se resuelve, se interpreta la estática comparativa y se conecta con datos y política.

La secuencia pedagógica de cada bloque

- 1 **Motivación y contexto histórico** — qué pregunta responde el modelo y quién lo construyó (recuadros del libro).
- 2 **Supuestos explícitos** — qué es exógeno, qué es endógeno, cuál es el horizonte temporal.
- 3 **Derivación formal** — preferencias, restricción, Lagrangiano, condiciones de primer orden.
- 4 **Resultado central** — ecuación de Euler, forma reducida o condición de equilibrio.
- 5 **Interpretación económica y estática comparativa.**
- 6 **Evidencia y política** — recuadros empíricos y aplicaciones (Chile, EE.UU., mercados emergentes).
- 7 **Ejercicios resueltos** — cinco por módulo, tomados de la guía del capítulo.

NIVEL MATEMÁTICO EXIGIDO

- Cálculo diferencial: derivadas y optimización restringida (Lagrange).
- Ecuaciones en diferencias simples y condiciones de primer orden.
- Nociones básicas de probabilidad y esperanza condicional.
- Microeconomía Intermedia como requisito clave.

CONVENCIÓN DE HORIZONTE

Todos los modelos intertemporales se resuelven **en dos períodos** (hoy y mañana), de modo que cada resultado se sigue de Cálculo I–II.

Las versiones de horizonte infinito y tiempo continuo (Ramsey–Cass–Koopmans, programación dinámica) se presentan como **anexos matemáticos** claramente identificados.

Evaluación del curso: $NF = 0,30 \cdot C1 + 0,35 \cdot C2 + 0,25 \cdot \text{quizzes}$ (5 quizzes).



Mapa del curso: 5 módulos, 12 clases

Cada módulo cierra con cinco ejercicios resueltos de la guía del capítulo correspondiente.

Módulo	Clase	Contenido	Resultado central
I. Microfundamentos: consumo, ahorro e inversión	1	Fisher: modelo de dos períodos y ecuación de Euler	$u'(c_1) = \beta(1+r)u'(c_2)$
	2	Tasa de interés, ingreso permanente y Equivalencia Ricardiana	PMC transitoria < 1 = PMC permanente
	3	Deuda pública, q de Tobin y cuenta corriente + 5 ejercicios	$\Delta b \approx (r - g)b + d$
II. Incertidumbre y valoración de activos	4	Euler estocástica y factor de descuento estocástico (SDF)	$P_1 = E_1[m_2 X_2]$
	5	CCAPM, primas por riesgo y puente al DSGE + 5 ejercicios	$E[R] - R^f = -\text{Cov}(m, R)/E[m]$
III. Modelo neoclásico de crecimiento	6	Ramsey en dos períodos: el ahorro como elección	$s^* = \beta\alpha/(1+\beta\alpha)$
	7	Horizonte infinito: Ramsey–Cass–Koopmans y senda de silla	$\dot{c}/c = (1/\sigma)(f'(k) - \delta - \rho)$
	8	Generaciones traslapadas (Diamond) + 5 ejercicios	k^* depende de $(1 - \alpha)$
IV. Ciclos Económicos Reales (RBC)	9	Equilibrio dinámico competitivo: hogares, firmas y shocks	$\psi/(1-L) = w/C$ y Euler con $R = \alpha Y/K + 1 - \delta$
	10	Propagación, evidencia y crítica + 5 ejercicios	$\hat{Y} = 1,5\%$ ante $\hat{z} = 1\%$
V. Dinámica de la política económica	11	Inconsistencia temporal y sesgo inflacionario	$\pi = (\lambda/\alpha)(u_n - u^*)$
	12	Reglas, credibilidad e instituciones + 5 ejercicios	Equilibrio de Nash = sesgo inflacionario



Guía de notación y convenciones

Los símbolos se introducen una vez y se reutilizan a lo largo de los cinco módulos.

Actividad, precios y expectativas

Y_t	producto real observado
$Y_n, \bar{Y}$	producto potencial o natural
$x_t \equiv Y_t - Y_n$	brecha de producto
P_t, π_t	nivel de precios e inflación
$\pi_t^e, \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}]$	expectativas de inflación

Tasas de interés

i_t	tasa nominal	r_t tasa real
$i_t \approx r_t + \pi_t^e$	relación de Fisher	
R_{t+1}	retorno bruto de un activo	
R_t^f	retorno bruto libre de riesgo	

Hogar, firma y tecnología

$\beta \in (0, 1)$	factor de descuento (paciencia)
$\sigma > 0$	curvatura CRRA / aversión al riesgo
ρ	tasa de preferencia por el presente
α	elasticidad producto–capital
δ	tasa de depreciación
z_t, A_t	productividad total de factores
n, g	crecimiento poblacional y tecnológico

Convenciones de símbolos

- Sobrebarras ($\bar{X}$): variable exógena o valor de largo plazo.
- Minúsculas: variables por trabajador o en logaritmos, según el capítulo.
- Asterisco (*): valor de equilibrio o de estado estacionario.





MÓDULO I

Microfundamentos: consumo, ahorro e inversión

Basado en el Capítulo 7 del libro: «Sobre el Consumo, Ahorro e Inversión»

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Derivar la restricción presupuestaria intertemporal y la ecuación de Euler del hogar.
- Distinguir efecto sustitución de efecto ingreso ante cambios en la tasa de interés real.
- Aplicar la Hipótesis del Ingreso Permanente y evaluar la Equivalencia Ricardiana.
- Analizar la dinámica de la deuda pública y el rol del diferencial $r - g$.
- Vincular valoraciones financieras con inversión física mediante la q de Tobin.
- Interpretar la cuenta corriente como comercio intertemporal.

CLASES

Clase 1

Fisher: dos períodos y ecuación de Euler

Clase 2

Tasa de interés, PIH y Equivalencia Ricardiana

Clase 3

Deuda pública, q de Tobin y cuenta corriente

CLASE

1

Módulo I · Microfundamentos

Del consumo corriente al consumo intertemporal

El modelo de Fisher: la decisión de consumo como asignación de recursos a lo largo del tiempo.

AGENDA DE LA CLASE

- 1 La paradoja empírica de Keynes: corte transversal frente a series de tiempo
- 2 El modelo básico de dos períodos: preferencias y dotaciones
- 3 La restricción presupuestaria intertemporal y la riqueza del ciclo vital
- 4 Optimización con Lagrange y derivación de la **Ecuación de Euler**
- 5 Solución cerrada con preferencias CRRA
- 6 Ejemplo resuelto: la ecuación de Euler con números



Motivación: por qué el ingreso corriente no basta

La observación original de Keynes y su tensión con los datos de largo plazo.

La regularidad de corte transversal

En la *Teoría General*, Keynes observó que al analizar datos transversales de corte, **la fracción del ingreso que los hogares destinan al consumo tiende a caer a medida que su nivel de ingreso aumenta.**

La contradicción de series de tiempo

Esa regularidad se desvanece en el largo plazo: las economías que crecen de forma sostenida **no exhiben una caída sistemática y permanente** de la participación del consumo en el PIB.

EL PUNTO CONCEPTUAL

Para comprender el consumo agregado es imperativo distinguir entre el **ingreso corriente** (de corto plazo) y los **recursos totales de largo plazo.**

La respuesta de Fisher (1930)

El consumo no es un acto aislado, sino **una decisión de asignación de recursos a lo largo del tiempo.**

- Los agentes no eligen período a período de forma desconectada.
- Diseñan un **plan óptimo** sujeto a una restricción presupuestaria intertemporal.
- Usan los mercados financieros para transferir riqueza entre presente y futuro.

Este capítulo entrega el aparato mínimo del que dependerán los Módulos II (incertidumbre), III (crecimiento óptimo) y IV (RBC): en todos ellos la ecuación de Euler reemplaza a las funciones de comportamiento ad hoc.

Los maestros de las decisiones intertemporales

RECUADRO · CONTEXTO HISTÓRICO

Irving Fisher (1867–1947)

Uno de los primeros economistas neoclásicos estadounidenses. Su obra *La Teoría del Interés* (1930) sentó las bases ineludibles de la elección intertemporal.

Demostró que las decisiones de ahorro y endeudamiento dependen del **valor presente del ingreso a lo largo del ciclo vital** frente a una tasa de interés, y no sólo del ingreso corriente.

James Tobin (1918–2002, Nobel 1981)

Galardonado por sus análisis de los mercados financieros y sus vínculos con las decisiones de gasto y producción.

Expandió la teoría intertemporal hacia las empresas con su célebre **q de Tobin**, vinculando formalmente las fluctuaciones bursátiles con la inversión macroeconómica en capital físico (lo veremos en la Clase 3).



El modelo básico de dos períodos

Un hogar representativo vive dos períodos: en 1 recibe y_1 y consume c_1 ; en 2 recibe y_2 y consume c_2 .

Preferencias aditivamente separables

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

- $u(\cdot)$ estrictamente creciente y cóncava: utilidad marginal decreciente.
- $\beta \in (0,1)$ captura la **impaciencia** o factor de descuento temporal del futuro.

Del ahorro a la restricción de recursos

$$s_1 = y_1 - c_1$$

El ahorro (negativo si el hogar se endeuda) se transfiere al período 2 devengando la tasa real r :

$$c_2 = y_2 + (1 + r)s_1$$

La restricción presupuestaria intertemporal

Sustituyendo s_1 y reordenando:

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = y_1 + \frac{y_2}{1 + r}$$

LECTURA ECONÓMICA

Lado derecho: valor presente neto de los recursos totales del hogar — su **riqueza del ciclo vital**.

Lado izquierdo: valor presente del flujo de consumo.

La ecuación cristaliza el principio de **suavización del consumo**: cuánto consumir hoy no depende sólo de y_1 , sino del valor presente de todo el flujo de ingresos esperado.



Derivación 1 · De los flujos anuales a la restricción intertemporal

Todo el modelo descansa en esta única ecuación. La construimos línea por línea.

1 Restricción de flujo del período 1. El ingreso se reparte entre consumo y ahorro financiero.

$$c_1 + s_1 = y_1 \quad \implies \quad s_1 = y_1 - c_1$$

2 Restricción de flujo del período 2. No hay período 3: se consume todo el ingreso más el ahorro capitalizado.

$$c_2 = y_2 + (1 + r) s_1$$

3 Sustituimos el ahorro. Reemplazamos s_1 del paso 1 en el paso 2 y eliminamos la variable financiera.

$$c_2 = y_2 + (1 + r) (y_1 - c_1)$$

4 Despejamos y dividimos por $(1+r)$. Llevamos todo lo del futuro a valor presente.

$$\frac{c_2}{1 + r} = \frac{y_2}{1 + r} + y_1 - c_1$$

5 Restricción presupuestaria intertemporal (RPI). Valor presente del consumo = valor presente del ingreso.

$$\underbrace{c_1 + \frac{c_2}{1 + r}}_{\text{VP del consumo}} = \underbrace{y_1 + \frac{y_2}{1 + r}}_{\text{riqueza } W}$$

6 Generalización a T períodos. La lógica no cambia: sólo se agregan términos descontados.

$$\sum_{t=1}^T \frac{c_t}{(1 + r)^{t-1}} = A_0 + \sum_{t=1}^T \frac{y_t}{(1 + r)^{t-1}}$$

Lea la RPI como una recta: intercepto W en el eje c_1 , pendiente $-(1+r)$, y siempre pasa por la dotación (y_1, y_2) .



El problema de optimización y la Ecuación de Euler

El hogar elige el plan (c_1, c_2) que maximiza su utilidad respetando su restricción de recursos.

Problema y Lagrangiano

$$\max_{c_1, c_2} u(c_1) + \beta u(c_2) \quad \text{s.a.} \quad c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 + \frac{y_2}{1+r}$$

$$\mathcal{L} = u(c_1) + \beta u(c_2) - \lambda \left[c_1 + \frac{c_2}{1+r} - y_1 - \frac{y_2}{1+r} \right]$$

Condiciones de primer orden

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_1} = u'(c_1) - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_2} = \beta u'(c_2) - \lambda \frac{1}{1+r} = 0$$

Despejando λ e igualando

ECUACIÓN DE EULER

$$u'(c_1) = \beta(1+r) u'(c_2)$$

Es la condición de optimalidad dinámica más importante de la macroeconomía moderna. En el óptimo el agente es indiferente en el margen:

- **Lado izquierdo:** utilidad de consumir una unidad adicional hoy.
- **Lado derecho:** utilidad marginal de ahorrar esa unidad, invertirla a $(1+r)$ y consumirla mañana, ajustada por la impaciencia β .

Si $\beta(1+r) = 1$, la Euler entrega $c_1 = c_2$: consumo perfectamente suavizado. Si $r > \rho \equiv 1/\beta - 1$, el hogar inclina el consumo hacia el futuro.



Derivación 2 · Lagrangiano y condiciones de primer orden

El procedimiento es idéntico al de Microeconomía: sólo cambian los nombres de los bienes.

- 1 **El problema.** Dos bienes: consumo de hoy y consumo de mañana. El «precio» de c_2 en unidades de c_1 es $1/(1+r)$.

$$\max_{c_1, c_2} U = u(c_1) + \beta u(c_2) \quad \text{s.a.} \quad c_1 + \frac{c_2}{1+r} = W$$

- 2 **Lagrangiano.** λ es la utilidad marginal de la riqueza (el precio sombra de un peso adicional hoy).

$$\mathcal{L} = u(c_1) + \beta u(c_2) + \lambda \left[W - c_1 - \frac{c_2}{1+r} \right]$$

- 3 **CPO respecto de c_1 .** Derivamos e igualamos a cero.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_1} = u'(c_1) - \lambda = 0 \implies \lambda = u'(c_1)$$

- 4 **CPO respecto de c_2 .** Note que el multiplicador entra dividido por $(1+r)$.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_2} = \beta u'(c_2) - \frac{\lambda}{1+r} = 0 \implies \lambda = \beta(1+r) u'(c_2)$$

- 5 **Igualamos ambos valores de λ .** Un solo peso no puede tener dos precios sombra.

$$u'(c_1) = \beta(1+r) u'(c_2)$$

- 6 **Forma equivalente:** la TMS intertemporal se iguala al precio relativo (tangencia con la recta presupuestaria).

$$\underbrace{\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)}}_{\text{TMS}_{1,2}} = \underbrace{1+r}_{\text{precio relativo}}$$

La CPO es **necesaria**; con u estrictamente cóncava y restricción lineal, también es **suficiente**: el óptimo es único.



Derivación 3 · El argumento de perturbación (por qué la Euler es una condición de arbitraje)

La misma ecuación sin Lagrangiano. Este es el razonamiento que se repetirá en los cinco módulos.

1 Punto de partida. Suponga que el hogar ya eligió un plan (c_1, c_2) factible cualquiera.

2 La perturbación. Reduzca el consumo de hoy en una cantidad pequeña $\varepsilon > 0$ y ahorre esa cantidad.

$$c_1 \longrightarrow c_1 - \varepsilon$$

3 Costo marginal (hoy). La pérdida de utilidad, valorada a la utilidad marginal corriente.

$$\text{Costo} = u'(c_1) \varepsilon$$

4 Beneficio marginal (mañana). Los ε pesos rinden $(1+r)\varepsilon$, se consumen y se descuentan por β .

$$\text{Beneficio} = \beta u'(c_2) (1 + r) \varepsilon$$

5 Condición de óptimo. Si el plan es óptimo, ninguna perturbación puede mejorarlo: costo = beneficio.

$$u'(c_1) \varepsilon = \beta(1 + r)u'(c_2) \varepsilon \implies u'(c_1) = \beta(1 + r)u'(c_2)$$

6 Desequilibrios. Si el beneficio supera al costo, el hogar todavía puede ganar ahorrando más: no estábamos en el óptimo.

$$\beta(1 + r) \frac{u'(c_2)}{u'(c_1)} > 1 \implies \text{ahorrar más} \quad < 1 \implies \text{ahorrar menos}$$

Guarde este argumento: en el Módulo II sólo agregaremos $E_1[\cdot]$ y en el Módulo III reemplazaremos $(1+r)$ por $f'(K_2)$.



Solución cerrada con preferencias CRRA

Aversión Relativa al Riesgo Constante: la forma funcional estándar en toda la macroeconomía dinámica.

Preferencias y utilidad marginal

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \quad \sigma > 0, \quad u'(c) = c^{-\sigma}$$

Euler bajo CRRA

$$c_1^{-\sigma} = \beta(1+r)c_2^{-\sigma} \Rightarrow \frac{c_2}{c_1} = [\beta(1+r)]^{\frac{1}{\sigma}}$$

El parámetro $1/\sigma$ es la **elasticidad de sustitución intertemporal**: mide cuánto responde la pendiente del perfil de consumo a la tasa de interés.

Funciones de demanda de consumo

$$c_1 = \frac{y_1 + \frac{y_2}{1+r}}{1 + \beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r)^{\frac{1}{\sigma}-1}}, \quad c_2 = [\beta(1+r)]^{\frac{1}{\sigma}} c_1$$

QUÉ DEMUESTRAN ESTAS EXPRESIONES

El consumo presente es función directa del **ingreso permanente** ($y_1 + y_2/(1+r)$) y de la interacción entre los parámetros de preferencia (β, σ) y los retornos del mercado financiero (r).

No aparece el ingreso corriente por separado: sólo importa a través de la riqueza total.

Derivación 4 · Solución cerrada con CRRA: de la Euler a c_1^* y c_2^*

Una función de utilidad concreta convierte la condición de optimalidad en una fórmula operativa.

- 1 **Especificación CRRA.** $\sigma > 0$ es la aversión relativa al riesgo; $1/\sigma$ es la elasticidad de sustitución intertemporal.

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, \quad u'(c) = c^{-\sigma}$$

- 2 **Euler con esta utilidad.** Reemplazamos u' en la condición de primer orden.

$$c_1^{-\sigma} = \beta (1+r) c_2^{-\sigma}$$

- 3 **Despejamos la razón de crecimiento del consumo.** Elevamos ambos lados a $-1/\sigma$.

$$\frac{c_2}{c_1} = [\beta(1+r)]^{1/\sigma} \equiv \Gamma \quad \Longleftrightarrow \quad \Delta \ln c \simeq \frac{1}{\sigma} (r - \rho)$$

- 4 **Sustituimos $c_2 = \Gamma c_1$ en la restricción intertemporal.** Queda una sola incógnita.

$$c_1 + \frac{\Gamma c_1}{1+r} = W \implies c_1 \left[1 + \frac{\Gamma}{1+r} \right] = W$$

- 5 **Consumo óptimo del período 1.** Una fracción constante de la riqueza: la propensión a consumir es endógena.

$$c_1^* = \frac{W}{1 + \beta^{1/\sigma} (1+r)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}}}, \quad c_2^* = \Gamma c_1^*$$

- 6 **Ahorro óptimo.** Se obtiene por residuo; su signo define prestamista o deudor.

$$s_1^* = y_1 - c_1^* \gtrless 0$$

Con utilidad logarítmica ($\sigma = 1$) todo colapsa a $c_1^* = W/(1+\beta)$: la propensión a consumir no depende de r .



Casos límite y chequeos de consistencia

Antes de usar una fórmula, verifique que se comporte bien en los extremos. Es el mejor detector de errores algebraicos.

Tres casos que debe reconocer de inmediato

CASO 1 · $B(1+R) = 1$

$$\Gamma = 1 \Rightarrow c_1 = c_2 = \frac{W}{1 + \frac{1}{1+r}}$$

Impaciencia y remuneración del ahorro se cancelan exactamente: **suavización perfecta**. Es el caso de referencia de la Hipótesis del Ingreso Permanente.

CASO 2 · $\Sigma \rightarrow \infty$ (EIS $\rightarrow 0$)

$$\Gamma \rightarrow 1 \text{ para todo } r$$

El hogar se niega a mover consumo entre períodos, sin importar cuánto le paguen: la senda de consumo es **insensible a la tasa de interés**.

CASO 3 · $\Sigma \rightarrow 0$ (UTILIDAD CASI LINEAL)

Casi indiferente al perfil: consume todo hoy o todo mañana según el signo de $\beta(1+r)-1$. Aparecen **soluciones de esquina**.

Cuatro chequeos que debe hacer siempre

- 1 **Unidades y homogeneidad:** c_1^* es homogénea de grado 1 en W . Si duplico todos los ingresos, deben duplicarse ambos consumos.
- 2 **Restricción satisfecha:** sustituya c_1^* y c_2^* en la RPI y verifique la igualdad.
- 3 **Signos económicos:** la propensión a consumir debe estar entre 0 y 1; el consumo debe ser positivo.
- 4 **Estática comparativa creíble:** mayor β debe elevar el ahorro; mayor y_2 debe elevar c_1 .

ERROR FRECUENTE EN EL EXAMEN

Escribir $c_2/c_1 = \beta(1+r)$ olvidando el exponente $1/\sigma$: sólo es válido con utilidad logarítmica.



La ecuación de Euler con números

EJEMPLO RESUELTO DEL LIBRO

Un hogar vive dos períodos con utilidad CRRA ($\sigma = 2$), factor de descuento $\beta = 0,96$, ingresos $y_1 = y_2 = 100$ y tasa de interés $r = 0,06$.

Inclinación del consumo

$$\frac{c_2}{c_1} = [\beta(1+r)]^{1/\sigma} = [0.96 \times 1.06]^{1/2} = 1.0088$$

Como $r = 6\%$ supera a la tasa de preferencia por el presente $\rho = 1/\beta - 1 \approx 4,2\%$, el hogar **inclina levemente su consumo hacia el futuro**.

Niveles

$$W = y_1 + \frac{y_2}{1+r} = 194.34, \quad c_1 + \frac{c_2}{1+r} = W$$

$$c_1 = 99.6, \quad c_2 = 100.5$$

El hogar ahorra alrededor de 0,4 en el período 1 y consume un poco más en el período 2, exactamente como implica la inclinación al alza.

Si r hubiera igualado a ρ , la ecuación de Euler entregaría $c_1 = c_2$: consumo perfectamente suavizado.



Ejercicio guiado en clase · Resolver un problema completo de principio a fin

Datos: $y_1 = 100$, $y_2 = 120$, $r = 5\%$, $\beta = 0,95$, $\sigma = 2$. Se pide c_1^* , c_2^* y s_1^* .

- 1 **Paso 1 · Calcular la riqueza.** Traiga el ingreso futuro a valor presente.

$$W = 100 + \frac{120}{1,05} = 100 + 114,29 = 214,29$$

- 2 **Paso 2 · Calcular el factor de crecimiento Γ** desde la ecuación de Euler.

$$\Gamma = [\beta(1+r)]^{1/\sigma} = [0,95 \times 1,05]^{1/2} = (0,9975)^{0,5} = 0,99875$$

- 3 **Paso 3 · Construir el denominador** de la fórmula de c_1 .

$$1 + \frac{\Gamma}{1+r} = 1 + \frac{0,99875}{1,05} = 1,95119$$

- 4 **Paso 4 · Consumo presente y futuro.**

$$c_1^* = \frac{214,29}{1,95119} = 109,82 \quad c_2^* = 0,99875 \times 109,82 = 109,69$$

- 5 **Paso 5 · Ahorro.** Es negativo: el hogar **se endeuda** porque su ingreso futuro es mayor que el presente.

$$s_1^* = y_1 - c_1^* = 100 - 109,82 = -9,82$$

- 6 **Paso 6 · Verificación.** Reconstruimos c_2 desde la restricción de flujo del período 2: debe coincidir.

$$c_2 = 120 + 1,05 \times (-9,82) = 120 - 10,31 = 109,69 \quad \checkmark$$

Interpretación: como $\beta(1+r) < 1$, el hogar es levemente impaciente y prefiere un perfil de consumo apenas decreciente... pero casi plano.



CLASE

2

Módulo I · Microfundamentos

Tasa de interés, ingreso permanente y política fiscal

Estática comparativa del modelo de Fisher y sus dos grandes implicancias: la PIH y la Equivalencia Ricardiana.

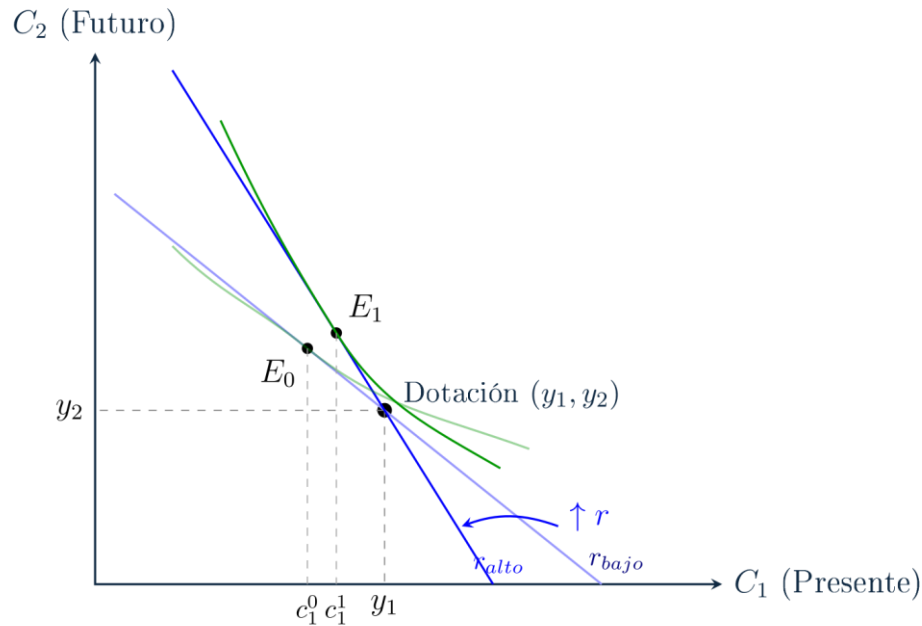
AGENDA DE LA CLASE

- 1 Cambios en r : rotación de la restricción alrededor de la dotación
- 2 Efecto sustitución y efecto ingreso: el rol de la posición financiera neta
- 3 Por qué la curva IS tiene pendiente negativa
- 4 Hipótesis del Ingreso Permanente: PMC transitoria frente a PMC permanente
- 5 Impuestos, deuda y **Equivalencia Ricardiana**
- 6 Rompiendo la equivalencia: hogares restringidos al crédito (modelo de dos agentes)



Un alza de la tasa de interés real: efectos sustitución e ingreso

La recta presupuestaria siempre pivota sobre la dotación (y_1, y_2) : el hogar siempre puede consumir exactamente lo que recibe.



Caso de un hogar ahorrante. Un aumento de r vuelve la recta más inclinada: el consumo presente se ha vuelto más costoso en términos de consumo futuro sacrificado.

Efecto sustitución

Al subir r , el precio relativo de c_1 aumenta. El hogar racional **sustituye consumo presente por consumo futuro**: tiende a reducir c_1 y a fomentar el ahorro.

Efecto ingreso: depende de la posición neta

- **Hogar ahorrante** ($s_1 > 0$): el alza de r eleva la rentabilidad de sus activos e incrementa su riqueza → efecto ingreso **positivo** que estimula c_1 .
- **Hogar deudor** ($s_1 < 0$): el alza de r encarece el servicio de su deuda, empobreciéndolo → efecto ingreso **negativo** que deprime c_1 .

Este gráfico es fundamental para entender por qué la curva IS tiene pendiente negativa: tasas más altas reducen el consumo presente y, con ello, la demanda agregada.

Derivación 5 · La descomposición formal: ecuación de Slutsky con dotaciones

El gráfico muestra el resultado; el álgebra muestra por qué el signo depende de si el hogar es acreedor o deudor.

- 1 **Escriba el presupuesto como un problema de dos bienes** con precio relativo p del consumo futuro.

$$c_1 + p c_2 = y_1 + p y_2, \quad p \equiv \frac{1}{1+r}$$

- 2 **La demanda depende de p dos veces:** directamente (precio) e indirectamente (la dotación se revalúa).

$$c_1 = c_1(p, W(p)), \quad W(p) = y_1 + p y_2$$

- 3 **Ecuación de Slutsky con dotaciones.** El término de ingreso se pondera por el **exceso de dotación** futuro.

$$\frac{\partial c_1}{\partial p} = \underbrace{\frac{\partial h_1}{\partial p}}_{\text{sustitución} > 0} + (y_2 - c_2) \frac{\partial c_1}{\partial W}$$

- 4 **Cambie de variable a la tasa de interés.** Subir r equivale a abaratar el futuro.

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{1}{(1+r)^2} < 0$$

- 5 **Use la identidad del ahorro:** $y_2 - c_2 = -(1+r) s_1$. Sustituyendo se obtiene el resultado central.

$$\frac{\partial c_1}{\partial r} = \underbrace{-\frac{1}{(1+r)^2} \frac{\partial h_1}{\partial p}}_{\text{sustitución} < 0} + \underbrace{\frac{s_1}{1+r} \frac{\partial c_1}{\partial W}}_{\text{ingreso: signo de } s_1}$$

- 6 **Lectura.** El efecto sustitución siempre reduce el consumo presente; el efecto ingreso tiene el signo del ahorro neto.

$$s_1 > 0 \text{ (acreedor)} \Rightarrow \text{efecto ingreso} > 0; \quad s_1 < 0 \text{ (deudor)} \Rightarrow \text{efecto ingreso} < 0$$

Corolario para la política monetaria: un alza de tasas contrae **inequívocamente** el consumo de los hogares endeudados, y de forma ambigua el de los acreedores.



Ingreso permanente y suavización del consumo

La conclusión robusta del modelo de Fisher: el consumo reacciona a la riqueza total, no a fluctuaciones aisladas del ingreso corriente.

La Hipótesis del Ingreso Permanente (Friedman, 1957)

Variaciones **transitorias** del ingreso generan respuestas casi imperceptibles en el consumo; variaciones percibidas como **permanentes** inducen ajustes proporcionales del gasto.

Respuesta a un shock transitorio

$$\frac{\partial c_1}{\partial y_1} = \frac{1}{1 + \beta^{\frac{1}{\sigma}}(1+r)^{\frac{1}{\sigma}-1}} < 1$$

Un ingreso extraordinario (un bono temporal) será **ahorrado en su mayor parte** para distribuirse a lo largo del tiempo.

Respuesta a un shock permanente

Si aumentan tanto y_1 como y_2 , la propensión escala drásticamente. En el caso de referencia $\beta(1+r) = 1$:

$$\frac{\partial c_1}{\partial y_1^{perm}} = 1$$

IMPLICANCIA DE POLÍTICA

Un bono fiscal por una sola vez tiene efectos limitados sobre la demanda agregada; una rebaja tributaria percibida como permanente tiene efectos mucho mayores.

La **credibilidad y permanencia** de la medida importa tanto como su magnitud.

Derivación 6 · La Hipótesis del Ingreso Permanente en T períodos

Extendemos el modelo de dos períodos a un horizonte largo. El resultado es la fórmula de la anualidad.

1 Restricción intertemporal con activos iniciales A_0 y horizonte T .

$$\sum_{t=0}^T \frac{c_t}{(1+r)^t} = A_0 + \sum_{t=0}^T \frac{y_t}{(1+r)^t} \equiv W_0$$

2 Imponga el caso de referencia $\beta(1+r) = 1$. La Euler entre cualquier par de períodos consecutivos da consumo constante.

$$u'(c_t) = u'(c_{t+1}) \implies c_t = \bar{c} \text{ para todo } t$$

3 Sustituya $c_t = \bar{c}$ y factorice: queda una suma geométrica.

$$\bar{c} \sum_{t=0}^T \left(\frac{1}{1+r} \right)^t = W_0$$

4 Resuelva la suma geométrica de razón $1/(1+r)$.

$$\sum_{t=0}^T (1+r)^{-t} = \frac{1+r}{r} [1 - (1+r)^{-(T+1)}]$$

5 Consumo permanente con horizonte finito. Es la anualidad que agota la riqueza en T períodos.

$$\bar{c} = \frac{r}{1+r} \cdot \frac{W_0}{1 - (1+r)^{-(T+1)}}$$

6 Horizonte infinito ($T \rightarrow \infty$): el resultado clásico de Friedman.

$$\bar{c} = \frac{r}{1+r} W_0 = y^P \text{ (ingreso permanente)}$$

El hogar no consume su ingreso: consume el **interés implícito** de su riqueza total, humana y financiera.



Derivación 7 · Shock transitorio frente a shock permanente

La PIH se vuelve cuantitativa: la propensión marginal a consumir depende del tipo de noticia.

- 1 **Shock transitorio.** Un peso extra hoy, sólo hoy. La riqueza sube en exactamente un peso.

$$\Delta W_0 = 1 \implies \Delta \bar{c} = \frac{r}{1+r}$$

- 2 **Con $r = 4\%$:** el hogar consume menos de cuatro centavos y ahorra el resto.

$$\Delta \bar{c} = \frac{0,04}{1,04} = 0,0385$$

- 3 **Shock permanente.** Un peso extra hoy y en todos los períodos futuros: la riqueza sube en una anualidad completa.

$$\Delta W_0 = \sum_{t=0}^{\infty} (1+r)^{-t} = \frac{1+r}{r}$$

- 4 **Propensión marginal a consumir de un shock permanente.** Se gasta íntegramente.

$$\Delta \bar{c} = \frac{r}{1+r} \cdot \frac{1+r}{r} = 1$$

- 5 **Shock anticipado.** Si la noticia ya estaba en el conjunto de información, el consumo saltó **cuando se supo**, no cuando el ingreso llega.

$$\mathbb{E}_t[y_{t+1}] \uparrow \implies c_t \uparrow \quad \text{hoy}$$

- 6 **De ahí la caminata aleatoria de Hall (1978):** sólo las sorpresas mueven el consumo.

$$c_{t+1} = c_t + \varepsilon_{t+1}, \quad \mathbb{E}_t[\varepsilon_{t+1}] = 0$$

Implicancia de política: un bono fiscal por una vez tiene efecto pequeño sobre el consumo; un cambio permanente de impuestos, uno grande.



El consumo como caminata aleatoria (Hall, 1978)

RECUADRO · EVIDENCIA

El benchmark teórico

Bajo la PIH con expectativas racionales y mercados de crédito desarrollados, el consumo sigue una **caminata aleatoria**:

$$\mathbb{E}_t[C_{t+1}] = C_t \iff \Delta C_{t+1} \text{ impredecible dado } \mathcal{I}_t$$

El consumo sólo cambia cuando llega **información nueva** sobre el valor presente del ingreso: los cambios anticipados no deberían moverlo hoy.

Por qué falla a veces

Hall (1978) documenta que los cambios en consumo son difíciles de predecir, consistente con el benchmark. Cuando se observa **exceso de sensibilidad** al ingreso corriente, el modelo nos empuja a buscar fricciones:

- Restricciones de liquidez y crédito (hogares al día).
- Ingreso laboral riesgoso y ahorro precautorio.
- Reglas de pulgar y costos de ajuste.

El benchmark no se abandona: se usa como línea base para medir y explicar las desviaciones observadas en los datos.



Impuestos, deuda pública y Equivalencia Ricardiana

El enfoque intertemporal permite evaluar analíticamente la política fiscal.

Restricción intertemporal del gobierno

$$G_1 + \frac{G_2}{1+r} = \tau_1 + \frac{\tau_2}{1+r}$$

Restricción del hogar con impuestos

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = (y_1 - \tau_1) + \frac{(y_2 - \tau_2)}{1+r}$$

Al sustituir la primera dentro de la segunda, **los impuestos desaparecen algebraicamente**:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 + \frac{y_2}{1+r} - \left(G_1 + \frac{G_2}{1+r} \right)$$

EL RESULTADO

Lo que verdaderamente sustrae recursos al hogar es **el valor presente del gasto público**, no la temporalidad de la recaudación tributaria.

Equivalencia Ricardiana

Con mercados de capitales perfectos y agentes racionales prospectivos: si el gobierno baja impuestos hoy y emite deuda, el hogar anticipa impuestos mayores mañana y **ahorra íntegramente la rebaja**. El consumo no cambia.

Supuestos críticos: acceso al crédito, horizonte suficientemente largo, impuestos de suma fija y ausencia de incertidumbre sobre quién paga.



Derivación 8 · La Equivalencia Ricardiana en cuatro líneas

El resultado más contraintuitivo del capítulo se demuestra por simple sustitución.

- 1 **Restricción intertemporal del gobierno.** El valor presente de los impuestos financia el del gasto.

$$g_1 + \frac{g_2}{1+r} = \tau_1 + \frac{\tau_2}{1+r}$$

- 2 **Despeje los impuestos futuros.** Cada peso menos de impuestos hoy es $(1+r)$ pesos más de impuestos mañana.

$$\tau_2 = (1+r)(g_1 - \tau_1) + g_2$$

- 3 **Restricción del hogar con impuestos.** El ingreso disponible es el ingreso neto de impuestos.

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = (y_1 - \tau_1) + \frac{y_2 - \tau_2}{1+r}$$

- 4 **Sustituya τ_2** del paso 2 dentro de la restricción del hogar y simplifique.

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 - \tau_1 + \frac{y_2}{1+r} - (g_1 - \tau_1) - \frac{g_2}{1+r}$$

- 5 **Los impuestos corrientes se cancelan algebraicamente.** Sólo sobrevive el valor presente del gasto público.

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = \underbrace{y_1 + \frac{y_2}{1+r}}_{\text{riqueza privada}} - \underbrace{\left[g_1 + \frac{g_2}{1+r} \right]}_{\text{VP del gasto público}}$$

- 6 **Conclusión.** Una rebaja de impuestos financiada con deuda no altera el conjunto factible: el hogar ahorra íntegramente la rebaja.

$$\left. \frac{\partial c_1}{\partial \tau_1} \right|_{g_1, g_2 \text{ fijos}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta s_1 = -\Delta \tau_1$$

Lo relevante no es **cómo** se financia el gasto, sino **cuánto** gasta el Estado en valor presente. La deuda es impuesto diferido.



Rompiendo la equivalencia: el modelo de dos agentes

La Equivalencia Ricardiana descansa en que todo hogar puede suavizar libremente su consumo. Las restricciones de crédito generan heterogeneidad.

Dos tipos de hogares

- 1 **Hogares ricardianos:** una fracción $(1 - \lambda_H)$ accede a los mercados de crédito y obedece la ecuación de Euler.
- 2 **Hogares al día (hand-to-mouth):** una fracción λ_H está restringida al crédito y consume todo su ingreso disponible:
 $C^{HtM} = Y - T.$

$$C_t = \lambda_H (Y_t - T_t) + (1 - \lambda_H) C_t^R$$

Una rebaja de impuestos financiada con deuda

- Los hogares ricardianos ahorran íntegramente la rebaja, exactamente como antes.
- Los hogares al día la **gastan de inmediato**.

Mientras $\lambda_H > 0$, **la Equivalencia Ricardiana falla** y la rebaja estimula la demanda agregada.

PUENTE HACIA LA FRONTERA

Ésta es la raíz, en la elección intertemporal, de la alta propensión marginal a consumir que reaparece en los modelos de agentes heterogéneos (**HANK**), donde las transferencias directas a los quintiles bajos tienen un multiplicador mucho mayor que el predicho por el agente representativo.

Derivación 9 · El multiplicador fiscal con hogares al día (TANK)

Basta con que una fracción de los hogares no acceda al crédito para que la Equivalencia Ricardiana se rompa.

- 1 **Hogar ricardiano** (fracción $1-\lambda$): optimiza intertemporalmente, y por la derivación anterior no reacciona.

$$c_1^R = c_1^R(W - VP(g)), \quad \frac{\partial c_1^R}{\partial \tau_1} = 0$$

- 2 **Hogar al día** (fracción λ , «hand-to-mouth»): no puede endeudarse ni tiene activos; consume su ingreso disponible.

$$c_1^{HtM} = y_1 - \tau_1$$

- 3 **Consumo agregado.** Promedio ponderado de ambos tipos.

$$C_1 = \lambda(y_1 - \tau_1) + (1 - \lambda)c_1^R$$

- 4 **Derive respecto del impuesto corriente.** Sólo sobrevive el término de los hogares restringidos.

$$\frac{\partial C_1}{\partial \tau_1} = -\lambda \quad \Rightarrow \quad \Delta C_1 = \lambda \Delta T$$

- 5 **Calibración.** Con una fracción restringida de 30% y una rebaja equivalente a 1% del PIB:

$$\lambda = 0,30 \Rightarrow \Delta C_1 = 0,30 \times 1\% = 0,30\% \text{ del PIB}$$

- 6 **Corolario de diseño.** Las transferencias focalizadas en hogares con alta λ tienen mayor impacto por peso gastado.

Este es exactamente el mecanismo que los modelos TANK y HANK formalizan, y la razón por la que la política fiscal recuperó potencia en la literatura moderna.



Taller en clase · Ingreso permanente y política fiscal

Tres problemas cortos para resolver en pizarra antes de cerrar la clase. No requieren calculadora.

TRABAJE EN PAREJAS · 15 MINUTOS

- 1 Un hogar con horizonte infinito y $r = 5\%$ gana un premio único de \$10 millones. ¿Cuánto sube su consumo **anual**? ¿Y si en cambio le suben el sueldo en \$10 millones al año, de forma permanente?
- 2 El gobierno anuncia hoy que en dos años subirá el IVA. Según la PIH, ¿cuándo cae el consumo: hoy o en dos años más? Justifique con el conjunto de información.
- 3 Una economía tiene 40% de hogares restringidos. Se aprueba una rebaja tributaria de 2% del PIB financiada con deuda. Estime el efecto sobre el consumo agregado y compare con la predicción ricardiana pura.

Qué debe reconocer en cada caso

- **Problema 1:** distinga ΔW de Δy . El premio es un shock transitorio: $PMgC = r/(1+r) \approx 0,048$; el sueldo es permanente: $PMgC = 1$.
- **Problema 2:** la respuesta correcta es **hoy**. El anuncio ya está en el conjunto de información, y por eso el consumo salta al conocerse la noticia, no al materializarse el impuesto.
- **Problema 3:** $\Delta C = \lambda \cdot \Delta T = 0,40 \times 2\% = 0,8\%$ del PIB, frente a 0% bajo equivalencia ricardiana estricta.

PREGUNTA DE CIERRE PARA DISCUTIR

Si la PIH es correcta, ¿por qué los gobiernos siguen usando transferencias por una vez para estimular la demanda? ¿Qué supuesto del modelo están violando en la práctica?



CLASE

3

Módulo I · Microfundamentos

Deuda pública, inversión y cuenta corriente

Sostenibilidad fiscal, la q de Tobin y el comercio intertemporal entre países. Cierre del Módulo I con cinco ejercicios resueltos.

AGENDA DE LA CLASE

- ① De la restricción de flujo del gobierno a la ecuación fundamental de la deuda
- ② El efecto «bola de nieve»: el diferencial $r - g$ y el balance primario estabilizador
- ③ La restricción intertemporal del gobierno y la condición de transversalidad
- ④ Inversión intertemporal y la **q de Tobin**
- ⑤ Economía abierta: consumo intertemporal y cuenta corriente
- ⑥ **Cinco ejercicios resueltos** de la guía del Capítulo 7



Dinámica de la deuda pública: derivación

En la realidad los gobiernos operan en un horizonte indefinido: ¿bajo qué condiciones la deuda es financieramente sostenible?

Restricción presupuestaria de flujo

El gobierno financia su gasto corriente y los intereses de la deuda previa con impuestos y nueva deuda:

$$G_t + rB_{t-1} = T_t + (B_t - B_{t-1})$$
$$\Rightarrow B_t = (1 + r)B_{t-1} + \underbrace{(G_t - T_t)}_{\text{déficit primario}}$$

El déficit primario excluye el pago de intereses: es la diferencia entre gastos e ingresos operacionales.

De niveles a razón del PIB

Lo relevante es el tamaño de la deuda relativo a la capacidad de pago. Con $Y_t = (1+g)Y_{t-1}$ y $b_t \equiv B_t/Y_t$, $d_t \equiv (G_t - T_t)/Y_t$:

$$b_t = \left(\frac{1+r}{1+g} \right) b_{t-1} + d_t$$

Para tasas pequeñas $(1+r)/(1+g) \approx (1 + r - g)$, y restando b_{t-1} :

ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA DE LA DEUDA

$$\Delta b_t \approx (r - g) b_{t-1} + d_t$$

Derivación 10 · La ecuación fundamental de la deuda, paso a paso

Del stock nominal de deuda a la razón deuda/PIB: todo el álgebra explícita.

- 1 **Restricción de flujo del gobierno.** La deuda nueva paga la vieja con intereses más el déficit primario.

$$B_t = (1 + r) B_{t-1} + \underbrace{G_t - T_t}_{\text{déficit primario}}$$

- 2 **Normalice por el PIB.** Divida cada término por Y_t y defina $b_t \equiv B_t/Y_t$, $d_t \equiv (G_t - T_t)/Y_t$.

$$b_t = (1 + r) \frac{B_{t-1}}{Y_t} + d_t$$

- 3 **Introduzca el crecimiento.** Con $Y_t = (1+g)Y_{t-1}$, el denominador del término de deuda vieja se expande.

$$\frac{B_{t-1}}{Y_t} = \frac{B_{t-1}}{(1+g)Y_{t-1}} = \frac{b_{t-1}}{1+g}$$

- 4 **Ley de movimiento de la razón deuda/PIB.** El factor $(1+r)/(1+g)$ lo gobierna todo.

$$b_t = \left(\frac{1+r}{1+g} \right) b_{t-1} + d_t$$

- 5 **Reste b_{t-1} a ambos lados** para obtener la variación.

$$\Delta b_t = \left(\frac{r-g}{1+g} \right) b_{t-1} + d_t \simeq (r-g) b_{t-1} + d_t$$

- 6 **Balance primario estabilizador.** Imponga $\Delta b = 0$ y despeje el déficit compatible con deuda constante.

$$d^* = - \left(\frac{r-g}{1+g} \right) b_{t-1} \implies \text{superávit requerido} = \frac{(r-g) b}{1+g}$$

La aproximación del paso 5 es válida para g pequeño; en economías de alta inflación o alto crecimiento use la versión exacta.



Sostenibilidad: el efecto «bola de nieve» y el balance estabilizador

La variación de la razón deuda/PIB depende de dos motores: el esfuerzo fiscal corriente y el diferencial interés-crecimiento.

Escenario $r > g$

El costo de la deuda crece más rápido que la economía. El efecto bola de nieve es **positivo y explosivo**: para evitar que la razón crezca sin control, el gobierno está obligado matemáticamente a generar **superávits primarios permanentes**.

Escenario $r < g$

La economía crece más rápido que los intereses: hay **licuación natural** de la deuda. Un gobierno puede mantener déficits primarios moderados de forma constante sin que la razón explote.

El balance primario que estabiliza la deuda

Igualando $b_t = b_{t-1} = b$ en la ley de movimiento exacta:

$$d^* = -\frac{r - g}{1 + g} b$$

EJEMPLO RESUELTO DEL LIBRO: DOS ECONOMÍAS CON $B = 60\%$

Economía A ($r = 2\%$, $g = 4\%$): con $d = 0$, $b_t = (1,02/1,04)(0,60) = 58,8\%$. La deuda cae sin superávit; puede correr un déficit primario de 1,15% del PIB y mantener la razón en 60%.

Economía B ($r = 5\%$, $g = 2\%$): con $d = 0$, $b_t = (1,05/1,02)(0,60) = 61,8\%$. Debe correr un superávit primario de 1,76% del PIB sólo para evitar que la razón suba.

La misma razón de 60% cae cómodamente en una economía y es silenciosamente explosiva en la otra.



Evidencia, advertencias y la restricción intertemporal

RECUADRO · DEUDA PÚBLICA Y EL DEBATE $r < g$

La evidencia

Blanchard (2019) reactivó el debate mostrando que, históricamente en EE.UU., **r ha sido a menudo menor que g** , sugiriendo que la deuda pública puede no tener un costo fiscal «puro» en promedio.

Pero $r < g$ no implica deuda gratis

- La deuda puede absorber ahorro privado (crowding-out) y afectar la inversión.
- Las primas por riesgo suben si cae la credibilidad fiscal.
- Shocks (recesiones, crisis, envejecimiento) pueden revertir el signo y empujar r por encima de g .
- Mayor deuda reduce la holgura fiscal para responder a crisis.

La restricción intertemporal (IBC) y la TVC

El gobierno no puede jugar un «juego de Ponzi». La condición de transversalidad exige que el valor presente de la deuda en el infinito sea cero; iterando hacia adelante:

$$B_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{T_t - G_t}{(1+r)^t}$$

La deuda de hoy debe estar respaldada por el **valor presente de los superávits primarios futuros**. Ésta es la prueba ácida de solvencia: la deuda es sostenible si y sólo si los inversores creen que el gobierno podrá y querrá generarlos.

La regla fiscal estructural de Chile

RECUADRO · MERCADOS EMERGENTES

El problema: política fiscal procíclica

Un problema recurrente para los exportadores de materias primas: los gobiernos gastan con holgura cuando los precios están altos y luego recortan con dureza cuando caen, **amplificando el ciclo**.

Desde 2000–2001 Chile aborda esto con una **regla de balance estructural**: el gasto se fija contra el ingreso estructural, calculado a un precio de referencia de largo plazo del cobre y al producto de tendencia, en lugar de sus valores corrientes.

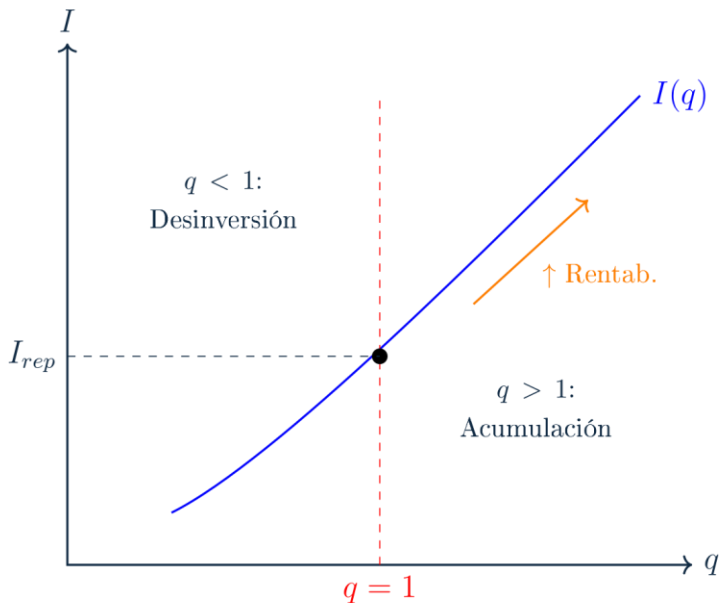
Por qué funciona

- Las estimaciones de largo plazo las producen **paneles de expertos independientes**, lo que las aísla de la tentación de declarar permanente cada auge.
- En un auge del cobre, el ingreso por encima del nivel estructural se ahorra (fondos soberanos) en lugar de gastarse.
- En una recesión, la regla permite déficits que sostienen la demanda.

Es la contraparte fiscal de los dispositivos de compromiso monetario del Módulo V: una regla transparente que ata las manos del gobierno y construye credibilidad frente al tirón del ciclo. Mantiene d y r en la región donde la dinámica de la deuda permanece estable.

Inversión intertemporal: la q de Tobin

La inversión corporativa es una decisión intertemporal: la firma inmoviliza capital hoy esperando flujos rentables mañana.



La q de Tobin como determinante de la inversión agregada (Figura del Capítulo 7).

$$q = \frac{\text{Valor de mercado del capital instalado}}{\text{Costo de reposición del capital}}$$

- **$q > 1$** : el mercado valora una unidad de capital instalada por sobre el costo de construirla → conviene emitir acciones y comprar capital nuevo → **la inversión aumenta**.
- **$q < 1$** : el mercado valora la empresa por debajo del costo de sus activos → es más barato comprar empresas existentes que construir fábricas → **la inversión decae**.

$$q = \frac{\sum_{t=1}^{\infty} \frac{\Pi_t}{(1+r)^t}}{P_K K}$$

Corolario macroeconómico de primer orden: los cambios en expectativas y valoraciones bursátiles tienen efectos reales, porque alteran los incentivos a la inversión física y desplazan la demanda agregada.

Derivación 11 · La q de Tobin desde el problema de la firma

La regla «invertir si $q > 1$ » no es un supuesto: sale de una condición de primer orden con costos de ajuste.

- 1 **Valor de mercado de una unidad de capital instalada.** Es el valor presente de sus productos marginales futuros.

$$q_t = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{PMgK_{t+s}}{(1+r)^s}$$

- 2 **Costos de ajuste.** Instalar capital rápido es caro: el costo total es convexo en la inversión.

$$\Phi(I_t, K_t) = I_t + \frac{\phi}{2} \frac{I_t^2}{K_t}, \quad \phi > 0$$

- 3 **Problema de la firma.** Elige I_t maximizando el valor creado neto del costo de instalación.

$$\max_{I_t} q_t I_t - I_t - \frac{\phi}{2} \frac{I_t^2}{K_t}$$

- 4 **Condición de primer orden.** Derive respecto de I_t e iguale a cero.

$$q_t - 1 - \phi \frac{I_t}{K_t} = 0$$

- 5 **Función de inversión.** La tasa de inversión responde linealmente a la brecha entre q y su valor de reposición.

$$\frac{I_t}{K_t} = \frac{q_t - 1}{\phi}$$

- 6 **Lectura de los tres regímenes.** Sin costos de ajuste ($\phi \rightarrow 0$) el ajuste sería instantáneo y $q \equiv 1$ siempre.

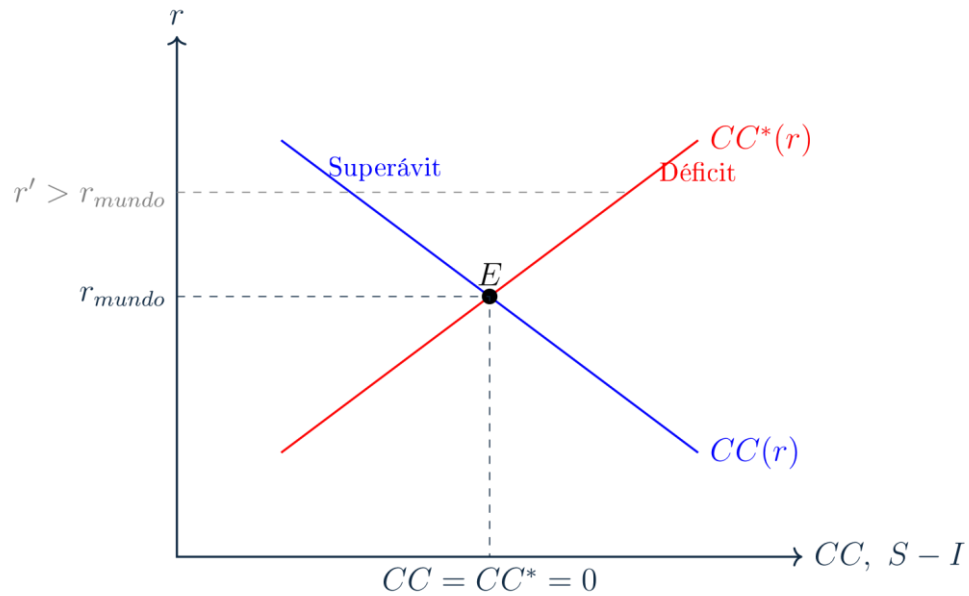
$$q > 1 \Rightarrow I > 0 \text{ (expandir);} \quad q = 1 \Rightarrow I = \delta K \text{ (reponer);} \quad q < 1 \Rightarrow I < 0$$

Puente empírico: q es observable como valor bursátil sobre valor libro del capital. Así el mercado financiero se conecta con la inversión física.



Economía abierta: consumo intertemporal y cuenta corriente

Los países «comercian a lo largo del tiempo»: exportar hoy equivale a acumular activos externos netos que financiarán importaciones mañana.



Equilibrio intertemporal de la cuenta corriente global (Figura del Capítulo 7).

Dos países, una tasa mundial r

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}$$

$$C_1^* + \frac{C_2^*}{1+r} = Y_1^* + \frac{Y_2^*}{1+r}$$

Balanza en cuenta corriente

$$CC_1 = Y_1 - C_1, \quad CC_1^* = Y_1^* - C_1^*$$

$$CC_1 + CC_1^* = 0 \iff C_1 + C_1^* = Y_1 + Y_1^*$$

El comercio internacional actúa como un mecanismo de suavización del consumo a escala global, análogo al que Fisher describió para un hogar individual.

Cinco ejercicios resueltos — Capítulo 7

Los ejercicios se resuelven exactamente con el método del libro: escribir la restricción, aplicar la condición de optimalidad, sustituir y verificar.

- 1 **Optimización de Fisher** con utilidad logarítmica: encontrar el consumo óptimo y el ahorro.
- 2 **Restricción intertemporal con impuestos**: efecto riqueza de un tributo de suma fija.
- 3 **La q de Tobin**: ¿debe la empresa emitir acciones para invertir?
- 4 **Cuenta corriente intertemporal**: dos países con dotaciones espejo.
- 5 **Dinámica de la deuda pública**: bola de nieve y superávit estabilizador.

MÉTODO DE TRABAJO SUGERIDO

- Escriba primero la **restricción presupuestaria intertemporal** completa (con impuestos si los hay).
- Aplique la **ecuación de Euler** con la forma funcional dada — con utilidad log y $\beta(1+r)=1$ se obtiene $c_1 = c_2$.
- Sustituya en la restricción y despeje.
- Verifique: el ahorro $s_1 = y_1 - c_1$ debe ser coherente con el signo del efecto ingreso.

Los cinco ejercicios corresponden a los ejercicios numéricos 3 a 7 de la guía del Capítulo 7.



Ejercicio 1 — Optimización de Fisher

ENUNCIADO

Un hogar vive dos períodos. Sus ingresos son $y_1 = 100$ e $y_2 = 110$. La tasa de interés es $r = 10\%$. La función de utilidad es

$$U = \ln(c_1) + \beta \ln(c_2), \quad \beta = \frac{1}{1.1}$$

Calcule el consumo óptimo en cada período y el nivel de ahorro inicial.

SOLUCIÓN

Restricción presupuestaria:

$$c_1 + \frac{c_2}{1.1} = 100 + \frac{110}{1.1} = 200$$

Ecuación de Euler:

$$\frac{1}{c_1} = \left(\frac{1}{1.1}\right) (1.1) \frac{1}{c_2} \Rightarrow c_1 = c_2$$

Sustituyendo:

$$c_1 \left(\frac{2.1}{1.1}\right) = 200 \Rightarrow c_1 = c_2 = \frac{220}{2.1} \approx 104.76$$

$$s_1 = y_1 - c_1 = 100 - 104.76 = -4.76$$

El hogar se endeuda en el período 1: su ingreso futuro es mayor y suaviza el consumo trayéndolo al presente.



Ejercicio 2 — Restricción intertemporal con impuestos

ENUNCIADO

En el ejercicio anterior, suponga que el gobierno cobra un impuesto de $\tau_1 = 20$ en el primer período y no cobra impuestos en el segundo ($\tau_2 = 0$).

Calcule la riqueza total del individuo y su nuevo consumo óptimo.

Mantenga $y_1 = 100$, $y_2 = 110$, $r = 10\%$ y $\beta = 1/1,1$.

SOLUCIÓN

Nueva riqueza total neta:

$$W = (y_1 - \tau_1) + \frac{y_2 - \tau_2}{1 + r} = 80 + 100 = 180$$

El resultado de Euler sigue siendo $c_1 = c_2$, porque $\beta(1+r) = 1$ no depende de los impuestos:

$$c_1 \left(\frac{2.1}{1.1} \right) = 180 \Rightarrow c_1 = 180 \left(\frac{1.1}{2.1} \right) \approx 94.28$$

El consumo de **ambos** períodos cae de 104,76 a 94,28 por el efecto riqueza negativo del impuesto.

Nótese la lección ricardiana: lo que mueve el consumo es el valor presente de la carga fiscal, no el momento en que se cobra.

Ejercicio 3 — La q de Tobin

ENUNCIADO

Una empresa cotiza en bolsa con un millón de acciones a \$15 cada una. Un peritaje técnico estima que reconstruir todas las fábricas y maquinarias costaría \$12 millones.

Calcule la q de Tobin. ¿Debe la empresa emitir acciones para invertir en nuevo capital?

SOLUCIÓN

Valor de mercado del capital instalado: $1.000.000 \times 15 = \$15.000.000$.

Costo de reposición: \$12.000.000.

$$q = \frac{15,000,000}{12,000,000} = 1.25$$

Como $q > 1$, el mercado valora el capital de la empresa por encima de lo que cuesta comprarlo: la empresa **sí debe invertir** y expandirse emitiendo acciones.

Mecanismo macro: una caída bursátil que lleve q por debajo de 1 frena la formación bruta de capital fijo aun sin cambios en la tasa de política.



Ejercicio 4 — Cuenta corriente intertemporal

ENUNCIADO

El País Local tiene dotaciones $Y_1 = 100$, $Y_2 = 140$. El País Extranjero tiene $Y_1 = 140$, $Y_2 = 100$.

Las preferencias dictan consumo perfectamente constante ($C_1 = C_2$ y $C_1 = C_2$), lo que implica una tasa de interés mundial de equilibrio $r = 0$.

Calcule la Cuenta Corriente del País Local en el período 1.

SOLUCIÓN

La producción mundial total en cada período es 240. Como las preferencias y dotaciones conjuntas son simétricas, el consumo mundial se divide en partes iguales:

$$C_1 = 120, \quad C_1^* = 120$$

$$CC_1 = Y_1 - C_1 = 100 - 120 = -20$$

El País Local tiene un **déficit de 20 unidades**: importa hoy para suavizar su consumo, financiándose contra su mayor ingreso futuro.

Verificación de equilibrio mundial: $CC_1 + CC_1^ = -20 + 20 = 0$.*



Ejercicio 5 — Dinámica de la deuda pública

ENUNCIADO

Un país tiene deuda pública equivalente al 60% del PIB ($b_{t-1} = 0,60$). La tasa de interés real es $r = 4\%$ y la economía crece a $g = 2\%$.

Si el gobierno mantiene un **déficit primario del 1% del PIB** ($d_t = 0,01$), calcule la nueva razón deuda/PIB.

¿Qué balance primario necesitaría para estabilizar exactamente su nivel de deuda?

SOLUCIÓN

$$\Delta b_t = (r - g)b_{t-1} + d_t = (0.02)(0.60) + 0.01 = 0.022$$

La deuda sube 2,2 puntos, llegando al **62,2% del PIB**.

Estabilización ($\Delta b_t = 0$):

$$0 = (0.02)(0.60) + d_t \Rightarrow d_t = -0.012$$

Se requiere un **superávit primario de 1,2% del PIB** para compensar el efecto bola de nieve.

Con $r < g$ el signo se invierte: el mismo país podría sostener déficits primarios permanentes sin que la razón explote.

Síntesis del Módulo I

Qué endogeneizamos y qué queda pendiente para el Módulo II.

Lo que hemos construido

- El consumo dejó de ser una función de comportamiento ad hoc: ahora es **la solución de un problema de optimización** sujeto a una restricción de valor presente.
- La **ecuación de Euler** es la condición que conecta hoy con mañana; reaparecerá en los Módulos II, III y IV.
- La política fiscal se evalúa por el **valor presente del gasto**, no por el calendario tributario.
- La sostenibilidad de la deuda depende del diferencial $r - g$ y del balance primario.
- La inversión responde a valoraciones prospectivas (q), y la cuenta corriente es comercio intertemporal.

El supuesto que aún falta relajar

TODO EL MÓDULO I ES DETERMINÍSTICO

El hogar compara consumo hoy con consumo mañana usando una tasa de interés **conocida**.

Pero el ingreso, la productividad, la inflación y los retornos son variables **aleatorias** desde la perspectiva del presente.

El Módulo II reemplaza la Euler determinística por la **Euler estocástica** y muestra que de ella emerge, de forma automática, una teoría de valoración de activos.

Preguntas de repaso: ¿por qué un bono por una sola vez tiene impacto limitado en el consumo? ¿Qué ocurre con la Equivalencia Ricardiana si una fracción de los hogares no accede al crédito?





MÓDULO II

Consumo bajo incertidumbre y valoración de activos

Basado en el Capítulo 8 del libro: «Consumo bajo incertidumbre y valoración de activos»

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Derivar la condición de optimalidad del consumidor bajo incertidumbre (Euler estocástica).
- Construir el factor estocástico de descuento (SDF) y usarlo para valorar cualquier activo.
- Obtener la tasa libre de riesgo y la prima por riesgo en forma de covarianza.
- Especificar el CCAPM con utilidad CRRA y evaluar su desempeño cuantitativo.
- Comprender el equity premium puzzle y las extensiones que buscan resolverlo.
- Reconocer el puente explícito entre esta ecuación y los modelos DSGE (Módulos III y IV).

CLASES

Clase 4

Euler estocástica y el SDF

Clase 5

CCAPM, primas por riesgo y puente al DSGE

CLASE

4

Módulo II · Incertidumbre

La ecuación de Euler estocástica y el SDF

El futuro es incierto: el riesgo relevante para valorar activos es el que covaría con la utilidad marginal del consumo.

AGENDA DE LA CLASE

- 1 Del ambiente determinístico de Fisher a la incertidumbre
- 2 Activos, precios y retornos: el ambiente formal
- 3 El problema del hogar en dos períodos con incertidumbre
- 4 Derivación de la **Ecuación de Euler estocástica**
- 5 El **Factor Estocástico de Descuento** (SDF) y la fórmula fundamental de valoración
- 6 El activo libre de riesgo y un ejemplo resuelto de dos estados



Contexto y motivación

En el Módulo I el hogar comparaba consumo hoy y mañana usando una tasa conocida. La macroeconomía moderna se construye sobre un hecho empírico: el futuro es incierto.

Qué cambia

El ingreso, la productividad, la inflación y los retornos de los activos son **variables aleatorias** desde la perspectiva del presente.

La contribución central de la macroeconomía cuantitativa desde fines de los años 1970 y 1980 fue formalizar esa incertidumbre con **expectativas racionales y microfundamentos intertemporales**, lo que dio origen al enfoque DSGE.

En ese lenguaje la ecuación clave del hogar no es la Euler determinística, sino la Euler estocástica.

Objetivo doble del módulo

- 1 Derivar la condición de optimalidad del consumidor bajo incertidumbre y mostrar cómo **genera automáticamente una ecuación de valoración de activos**.
- 2 Explicar por qué este marco constituye el **punto explícito hacia los modelos DSGE** (RBC y Neokenesianos), donde consumo y utilidad marginal determinan precios, tasas y primas por riesgo.

LA IDEA CENTRAL (BREEDEN, 1979)

El riesgo relevante de un activo **no es su volatilidad aislada**, sino cómo covaría con la utilidad marginal del consumo agregado de los hogares.



Expectativas racionales y riesgo

RECUADRO · CONTEXTO HISTÓRICO

Robert E. Lucas Jr. (1937–2023, Nobel 1995)

El padre de la macroeconomía moderna. Ganó el Nobel por desarrollar y aplicar la hipótesis de las **expectativas racionales**.

Su famosa «Crítica de Lucas» obligó a la disciplina a basar los modelos agregados en microfundamentos rigurosos donde los agentes miran hacia el futuro, sentando las bases analíticas de los modelos estocásticos.

Douglas T. Breeden (1951–)

Co-creador del modelo Consumption-CAPM (**CCAPM**) en 1979.

Su genialidad fue demostrar que el riesgo relevante de un activo financiero no es su volatilidad aislada, sino **cómo sus retornos covarían con la utilidad marginal del consumo agregado** (el kernel de precios), uniendo estructuralmente las finanzas con la macroeconomía.



Ambiente: activos, precios y retornos

Dos fechas, t y $t+1$, y un conjunto de información disponible en t .

Un activo financiero

- Precio en t : P_t (conocido).
- Pago en $t+1$: X_{t+1} (aleatorio desde t).

$$R_{t+1} \equiv \frac{X_{t+1}}{P_t} \quad (\text{retorno bruto})$$

Existe además un activo **libre de riesgo** con retorno bruto R_t^f , conocido ya en t .

El problema del hogar en dos períodos

$$\max_{C_1, a} u(C_1) + \beta \mathbb{E}_1 [u(C_2)]$$

sujeto a las restricciones de cada período, donde a es la cantidad de activos comprados:

$$C_1 + P_1 \cdot a = Y_1$$

$$C_2 = Y_2 + a \cdot X_2$$

Despejando a y sustituyendo, la restricción intertemporal estocástica es:

$$C_2 = Y_2 + \left(\frac{Y_1 - C_1}{P_1} \right) X_2$$

Derivación 12 · La Euler estocástica por el argumento de perturbación

Repetimos exactamente el argumento del Módulo I, agregando una sola cosa: el operador de esperanza.

- 1 **La decisión.** El hogar puede comprar ξ unidades de un activo al precio P_1 ; el activo paga X_2 mañana (aleatorio).

$$\max_{\xi} u(C_1 - P_1 \xi) + \beta \mathbb{E}_1 [u(C_2 + X_2 \xi)]$$

- 2 **Costo marginal hoy.** Comprar una unidad más reduce el consumo presente en P_1 pesos.

$$\text{Costo} = P_1 u'(C_1)$$

- 3 **Beneficio marginal mañana.** El pago X_2 es incierto: se valora con la utilidad marginal **del estado en que ocurre**.

$$\text{Beneficio} = \beta \mathbb{E}_1 [u'(C_2) X_2]$$

- 4 **Condición de primer orden.** En el óptimo ξ^* , la derivada respecto de ξ se anula.

$$\frac{\partial}{\partial \xi} : -P_1 u'(C_1) + \beta \mathbb{E}_1 [u'(C_2) X_2] = 0$$

- 5 **Ecuación de Euler estocástica.** Es la versión con incertidumbre de la condición del Módulo I.

$$P_1 u'(C_1) = \beta \mathbb{E}_1 [u'(C_2) X_2]$$

- 6 **Caso particular:** si el activo es «una unidad de consumo mañana» ($P_1=1$, $X_2=1+r$) recuperamos el Módulo I.

$$u'(C_1) = \beta (1 + r) \mathbb{E}_1 [u'(C_2)]$$

Todo el resto del módulo son consecuencias algebraicas de esta única ecuación. No hay teoría financiera adicional.



Derivación de la Ecuación de Euler estocástica

Sustituimos C_2 en la función objetivo y derivamos respecto de C_1 .

Condición de primer orden

$$u'(C_1) + \beta \mathbb{E}_1 \left[u'(C_2) \cdot \left(-\frac{X_2}{P_1} \right) \right] = 0$$

Reordenando y usando la definición de retorno bruto $R_2 = X_2/P_1$:

ECUACIÓN DE EULER ESTOCÁSTICA

$$u'(C_1) = \beta \mathbb{E}_1 [u'(C_2) R_2]$$

El hogar es indiferente en el margen entre consumir una unidad hoy o ahorrarla para obtener un retorno incierto R_2 , ponderado por la probabilidad de cada estado y por β .

El Factor Estocástico de Descuento (SDF)

Definimos el SDF —también llamado **kernel de precios**— como la tasa marginal de sustitución intertemporal entre estados de la naturaleza:

$$m_2 \equiv \beta \frac{u'(C_2)}{u'(C_1)}$$

Dividiendo la Euler por $u'(C_1)$ se obtiene la forma canónica de valoración:

$$1 = \mathbb{E}_1 [m_2 R_2] \quad \Longleftrightarrow \quad P_1 = \mathbb{E}_1 [m_2 X_2]$$



Derivación 13 · Del Euler al factor de descuento estocástico (SDF)

Reordenamos la misma ecuación hasta llegar a la fórmula fundamental de valoración de activos.

1 **Punto de partida.** La Euler estocástica recién derivada.

$$P_1 u'(C_1) = \beta \mathbb{E}_1 [u'(C_2) X_2]$$

2 **Divida por $u'(C_1)$,** que es conocido en $t=1$ y por lo tanto sale del operador de esperanza.

$$P_1 = \mathbb{E}_1 \left[\beta \frac{u'(C_2)}{u'(C_1)} X_2 \right]$$

3 **Defina el factor de descuento estocástico.** Es la tasa marginal de sustitución intertemporal aleatoria.

$$m_2 \equiv \beta \frac{u'(C_2)}{u'(C_1)}$$

4 **Fórmula fundamental de valoración.** Un único m valora **todos** los activos de la economía.

$$P_1 = \mathbb{E}_1 [m_2 X_2]$$

5 **Versión en retornos brutos.** Divida por P_1 y use $R_2 \equiv X_2/P_1$.

$$1 = \mathbb{E}_1 [m_2 R_2] \quad \text{para todo activo}$$

6 **Activo libre de riesgo.** Su retorno es conocido, sale de la esperanza y se despeja de inmediato.

$$1 = R^f \mathbb{E}_1 [m_2] \implies R^f = \frac{1}{\mathbb{E}_1 [m_2]}$$

Un solo objeto m y una sola ecuación reemplazan a toda la taxonomía de fórmulas de valoración: bonos, acciones y derivados salen del mismo lugar.



Intuición del SDF: los pagos en estados de bajo consumo valen más

El precio hoy de un activo es el valor esperado de sus pagos futuros, descontados estado a estado por m_2 .

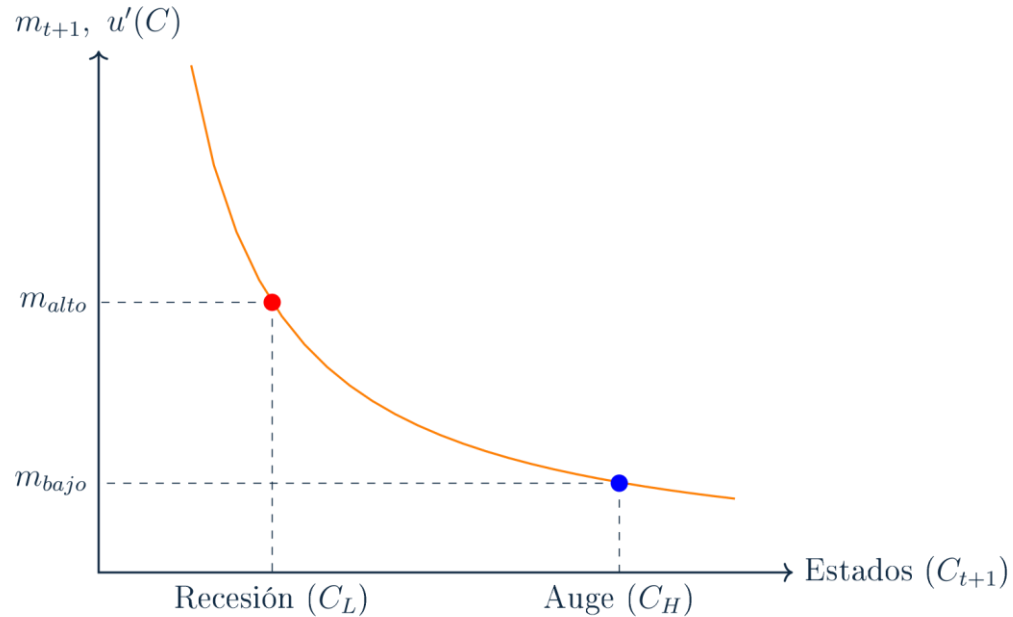


Figura del Capítulo 8: con utilidad marginal decreciente, m es alto justamente donde el consumo es escaso.

Lectura

- En los estados donde el consumo es **bajo** (recesiones), la utilidad marginal es **alta** y m_2 es elevado.
- El mercado asigna un precio mayor —valora más— a los activos que **pagan bien en los momentos de escasez**.
- En los estados de auge ocurre lo contrario: el consumo abunda, la utilidad marginal cae y m_2 es bajo.

El activo libre de riesgo

Si el retorno es conocido en t , sale de la esperanza:

$$1 = \mathbb{E}_t[m_{t+1}] R_t^f \Rightarrow R_t^f = \frac{1}{\mathbb{E}_t[m_{t+1}]}$$

La tasa libre de riesgo está gobernada por el SDF esperado, que incorpora impaciencia (β) y ahorro precautorio (curvatura de u).

Derivación 14 · Por qué el riesgo cobra precio: descomposición del valor

Separamos el precio de un activo en dos partes: valor esperado descontado y corrección por riesgo.

1 Punto de partida y la definición de covarianza: $E[mX] = E[m]E[X] + \text{Cov}(m, X)$.

$$P_1 = E_1[m_2 X_2] = E_1[m_2] E_1[X_2] + \text{Cov}_1(m_2, X_2)$$

2 Sustituya $E[m] = 1/R^f$. Aparece el valor presente «neutral al riesgo» más una corrección.

$$P_1 = \underbrace{\frac{E_1[X_2]}{R^f}}_{\text{VP si no hubiera riesgo}} + \underbrace{\text{Cov}_1(m_2, X_2)}_{\text{ajuste por riesgo}}$$

3 Lectura del signo (activo riesgoso típico). Paga poco en recesión, cuando m es alto: covarianza negativa.

$$\text{Cov}(m_2, X_2) < 0 \implies P_1 < \frac{E_1[X_2]}{R^f} \implies \text{descuento por riesgo}$$

4 Lectura del signo (seguro o cobertura). Paga mucho justo en los malos estados: covarianza positiva.

$$\text{Cov}(m_2, X_2) > 0 \implies P_1 > \frac{E_1[X_2]}{R^f} \implies \text{prima por seguro}$$

5 La lección central. Lo que se paga no es la varianza del activo, sino su **comovimiento con el consumo**.

$$\text{riesgo relevante} = \text{Cov}(R_2, \text{consumo}), \quad \text{no} \quad \text{Var}(R_2)$$

6 Consecuencia práctica. Un activo muy volátil pero independiente del ciclo no exige prima alguna.

$$\text{Cov}(m_2, R_2) = 0 \implies E_1[R_2] = R^f$$

Éste es el punto donde la macroeconomía absorbe a las finanzas: el precio del riesgo lo fija el consumo agregado, no el mercado bursátil.



Taller en clase · Razonar con el SDF

Tres preguntas de signo. La destreza que se evalúa es decidir el signo de una covarianza antes de calcular nada.

TRABAJE EN PAREJAS · 15 MINUTOS

- 1 Un seguro de desempleo paga exactamente cuando la persona pierde su trabajo. ¿Es su covarianza con el SDF positiva o negativa? ¿Su retorno esperado será mayor o menor que la tasa libre de riesgo?
- 2 Un activo tiene una desviación estándar de retorno de 40% anual, pero no tiene ninguna correlación con el ciclo económico. ¿Qué prima por riesgo exige el CCAPM?
- 3 El oro tiende a subir durante crisis financieras profundas. Según la teoría, ¿debería ofrecer un retorno esperado alto o bajo en el largo plazo? ¿Se condice con la evidencia que usted conoce?

Qué debe reconocer en cada caso

- **Problema 1:** paga en estados de bajo consumo, donde m es alto $\Rightarrow \text{Cov}(m, X) > 0 \Rightarrow$ precio **sobre** el valor presente actuarial $\Rightarrow$ retorno esperado **inferior** a R_f . Los seguros son caros por diseño.
- **Problema 2:** ninguna. Con $\text{Cov}(m, R) = 0$ se obtiene $E[R] = R_f$, por muy volátil que sea el activo. El riesgo idiosincrático no se paga porque se diversifica.
- **Problema 3:** es una cobertura, luego debe rendir **poco** en promedio. La evidencia de largo plazo es consistente: el oro rinde cerca de la tasa real libre de riesgo.

LA REGLA DE ORO DEL MÓDULO

Antes de calcular, pregunte siempre: **¿este activo paga cuando duele o cuando sobra?** La respuesta ya determina el signo de la prima.



Un CCAPM de dos estados

EJEMPLO RESUELTO DEL LIBRO

Utilidad CRRA con $\sigma = 2$ y $\beta = 0,98$, de modo que $m_2 = \beta(C_2/C_1)^{-\sigma}$. El próximo período tiene dos estados igualmente probables: uno **bueno** con $C_2/C_1 = 1,04$ y uno **malo** con $C_2/C_1 = 0,98$.

SDF y tasa libre de riesgo

$$m_{\text{bueno}} = 0.98 (1.04)^{-2} = 0.906$$

$$m_{\text{malo}} = 0.98 (0.98)^{-2} = 1.020$$

$$\mathbb{E}[m] = 0.963$$

$$R^f = 1/\mathbb{E}[m] = 1.038$$

Un activo procíclico

Paga 1,15 en el estado bueno y 0,90 en el malo. Su precio es $P_0 = \mathbb{E}[mX] = 0,980$, de modo que sus retornos brutos son 1,173 y 0,918, con $\mathbb{E}[R] = 1,046$.

$$\mathbb{E}[R] - R^f \approx 0.76\%$$

La prima es positiva precisamente porque el activo **paga mal en el estado malo**, cuando el SDF es alto: $\text{Cov}(m, R) < 0$.

Nótese lo pequeña que es esta prima para un σ plausible: generar la prima histórica requeriría un σ implausiblemente grande. Éste es el núcleo cuantitativo del equity premium puzzle.



CLASE

5

Módulo II · Incertidumbre

CCAPM, primas por riesgo y el puente hacia el DSGE

De la covarianza con el SDF a la agenda moderna de macro-finanzas. Cierre del Módulo II.

AGENDA DE LA CLASE

- 1 Primas por riesgo en forma de covarianza
- 2 Seguro macroeconómico frente a activo riesgoso
- 3 El CCAPM con utilidad CRRA y su versión log-lineal
- 4 El **equity premium puzzle** y las extensiones de la literatura
- 5 Primas contracíclicas y predictibilidad de los retornos
- 6 El puente explícito hacia RBC y Neokeynesiano · **Cinco ejercicios resueltos**



Primas por riesgo: la forma de covarianza

Aplicando la identidad $E[XY] = E[X]E[Y] + \text{Cov}(X,Y)$ a la condición $1 = E[mR]$.

$$1 = \mathbb{E}_t[m_{t+1}] \mathbb{E}_t[R_{t+1}] + \text{Cov}_t(m_{t+1}, R_{t+1})$$

Reordenando y usando $R^f = 1/E[m]$:

PRIMA POR RIESGO

$$\mathbb{E}_t[R_{t+1}] - R_t^f = -\frac{\text{Cov}_t(m_{t+1}, R_{t+1})}{\mathbb{E}_t[m_{t+1}]}$$

El precio del riesgo viene de covarianzas con la utilidad marginal, no de volatilidades aisladas.

Lectura económica

- Si un activo **paga bien en recesión**, su retorno es alto cuando m es alto: covarianza positiva y prima **baja o negativa**. Es un **seguro macroeconómico**.
- Si **paga bien en expansión y mal en recesión**: covarianza negativa, y los inversionistas exigen una **prima positiva** para sostenerlo, porque es riesgoso justo cuando más se lo necesita.

CCAPM con utilidad CRRA

$$m_{t+1} = \beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma}$$

$$\ln m_{t+1} = \ln \beta - \sigma g_{t+1}, \quad g_{t+1} \equiv \Delta \ln C_{t+1}$$

Esta forma es especialmente útil en DSGE porque permite aproximaciones log-lineales alrededor del estado estacionario.



Derivación 15 · La prima por riesgo, término a término

De la condición $1 = E[mR]$ a una fórmula que se puede llevar a los datos.

- 1 **Aplique la fórmula a un activo riesgoso cualquiera** con retorno bruto R_2 .

$$1 = \mathbb{E}_1[m_2 R_2] = \mathbb{E}_1[m_2] \mathbb{E}_1[R_2] + \text{Cov}_1(m_2, R_2)$$

- 2 **Despeje el retorno esperado.** Divida por $\mathbb{E}_1[m_2]$.

$$\mathbb{E}_1[R_2] = \frac{1 - \text{Cov}_1(m_2, R_2)}{\mathbb{E}_1[m_2]}$$

- 3 **Reste el retorno libre de riesgo** $R^f = 1/\mathbb{E}_1[m_2]$.

$$\mathbb{E}_1[R_2] - R^f = -\frac{\text{Cov}_1(m_2, R_2)}{\mathbb{E}_1[m_2]} = -R^f \text{Cov}_1(m_2, R_2)$$

- 4 **Sustituya el SDF con utilidad CRRA.** La covarianza pasa a estar con el crecimiento del consumo.

$$m_2 = \beta \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^{-\sigma} \implies \text{Cov}(m_2, R_2) \approx -\sigma \beta \text{Cov}\left(\frac{\Delta C}{C}, R_2\right)$$

- 5 **CCAPM en forma de prima.** El «beta» relevante es respecto del consumo, no del mercado.

$$\mathbb{E}_1[R_2] - R^f \approx \sigma \text{Cov}\left(\frac{\Delta C}{C}, R_2\right)$$

- 6 **Compare con el CAPM tradicional.** El CAPM es el caso particular en que la riqueza de mercado resume el consumo.

$$\text{CAPM: } \mathbb{E}[R] - R^f = \beta_m (\mathbb{E}[R_m] - R^f), \quad \beta_m = \frac{\text{Cov}(R, R_m)}{\text{Var}(R_m)}$$

Tres parámetros bastan para ir a los datos: la aversión al riesgo σ , la volatilidad del consumo y su correlación con los retornos.



Derivación 16 · Por qué el CCAPM falla: la aritmética del equity premium

Calibramos la fórmula anterior con datos de EE.UU. del siglo XX. El resultado es el rompecabezas de Mehra–Prescott (1985).

- 1 Los tres momentos observados.** Prima accionaria, volatilidad del consumo y correlación con los retornos.
$$\mathbb{E}[R] - R^f \approx 6\%, \quad \varsigma(\Delta c) \approx 1\%, \quad \varsigma(R) \approx 16\%, \quad \text{corr} \approx 0,2$$
- 2 Construya la covarianza implícita** entre crecimiento del consumo y retornos.
$$\text{Cov}(\Delta c, R) = \text{corr} \times \varsigma(\Delta c) \times \varsigma(R) = 0,2 \times 0,01 \times 0,16 = 0,00032$$
- 3 Despeje la aversión al riesgo que exige la teoría** para reproducir una prima de 6%.
$$\sigma = \frac{\mathbb{E}[R] - R^f}{\text{Cov}(\Delta c, R)} = \frac{0,06}{0,00032} \approx 190$$
- 4 Cota de Hansen–Jagannathan.** Una forma equivalente y libre de supuestos: el SDF debe ser muy volátil.
$$\frac{\varsigma(m)}{\mathbb{E}[m]} \geq \frac{|\mathbb{E}[R] - R^f|}{\varsigma(R)} = \frac{0,06}{0,16} = 0,375$$
- 5 Con CRRA, la volatilidad del SDF es σ var** $\varsigma(\Delta c)$: se necesita nuevamente una aversión enorme.
$$\sigma \times 0,01 \geq 0,375 \implies \sigma \geq 37,5$$
- 6 El veredicto.** Los valores plausibles de σ están entre 1 y 5: la teoría falla por **dos órdenes de magnitud**.
$$\sigma^{\text{razonable}} \in [1, 5] \lll \sigma^{\text{requerido}} \in [40, 190]$$

No es un error de cálculo: es el mejor rechazo cuantitativo de un modelo macro. Las extensiones (hábitos, desastres raros, riesgo de largo plazo) atacan exactamente este número.



¿Explica el CCAPM estándar la prima accionaria?

RECUADRO · EQUITY PREMIUM PUZZLE

El hecho empírico

Mehra y Prescott (1985) documentan que, históricamente, las acciones han pagado una prima **muy alta** respecto del activo libre de riesgo (del orden de 6% anual en EE.UU.).

El problema cuantitativo

El consumo agregado es **demasiado suave**: su covarianza con los retornos —y por tanto la volatilidad del SDF— es demasiado pequeña. Para igualar una prima tan grande, el CCAPM exige valores de aversión al riesgo implausiblemente altos.

Dicho de otro modo: el benchmark CRRA no tiene suficiente riesgo macro para justificar la prima observada.

Extensiones que buscan resolverlo

- **Hábitos**: elevan la aversión efectiva en recesiones al hacer el consumo más doloroso cerca del hábito (Campbell–Cochrane).
- **Desastres raros**: una pequeña probabilidad de caídas grandes del consumo aumenta mucho el precio del riesgo (Barro).
- **Riesgo de largo plazo**: componentes persistentes en crecimiento y volatilidad del consumo elevan las primas (Bansal–Yaron).
- **Heterogeneidad y mercados incompletos**: el riesgo relevante no está bien capturado por el consumo del agente representativo.

El fracaso es cuantitativo, no estructural: la lógica del SDF sigue siendo la disciplina correcta para valorar riesgo en DSGE.



Primas de riesgo contracíclicas y predictibilidad

RECUADRO · MÁS ALLÁ DEL PUZZLE

El hecho empírico

Durante mucho tiempo se creyó que los retornos eran constantes e impredecibles (paseo aleatorio). La evidencia moderna (Cochrane, Shiller) muestra que **los retornos esperados varían en el tiempo y son contracíclicos**: la prima exigida es altísima en el fondo de una recesión y muy baja en la cima de una expansión.

Aunque la versión más simple del CCAPM falle en la magnitud, su lógica estructural es impecable.

La explicación desde el SDF

- 1 En una recesión el consumo cae, por lo que la utilidad marginal de consumir hoy se dispara.
- 2 Los agentes tienen «hambre de liquidez»: para convencer a un inversionista asustado de no vender, el mercado debe ofrecerle una rentabilidad esperada gigantesca.
- 3 Los precios colapsan hoy para que el retorno esperado futuro compense el alto costo de oportunidad del presente.

Gran parte de la volatilidad bursátil no proviene de cambios en los dividendos futuros, sino de variaciones en la tasa de descuento macroeconómica.

El puente explícito hacia los modelos DSGE

Incluso cuando el modelo se amplía (rigideces nominales, fricciones financieras, hábitos), la ecuación fundamental sigue siendo una Euler estocástica y un SDF ligado a la utilidad marginal.

$$1 = \mathbb{E}_t [m_{t+1} R_{t+1}]$$

El resto del modelo define cómo los shocks —productividad, preferencias, markups, política monetaria— afectan C_{t+1} y R_{t+1} y, por ende, precios y primas.

El CCAPM no sólo valora activos: organiza la transmisión de shocks y políticas a través del consumo y la utilidad marginal.

Dónde reaparece esta ecuación

- **Módulo III (Ramsey):** el mismo principio genera una Euler para la acumulación de capital, donde el retorno relevante es el producto marginal esperado del capital más su valor de reventa.
- **Módulo IV (RBC):** $R_2 = \alpha Y_2 / K_2 + (1 - \delta)$ es exactamente el retorno bruto del capital dentro de esta ecuación.
- **Neokeynesiano:** el consumo intertemporal produce una IS dinámica, y la política monetaria afecta el retorno real relevante vía la tasa nominal y las expectativas de inflación.

Ejercicio 1 — SDF y ciclo económico (conceptual)

ENUNCIADO

Explique por qué el Factor Estocástico de Descuento toma valores **altos durante las recesiones y bajos durante las expansiones**.

Ejercicio conceptual 1 de la guía del Capítulo 8.

SOLUCIÓN

El SDF depende de la razón de utilidades marginales:

$$m_{t+1} = \beta \frac{u'(C_{t+1})}{u'(C_t)}$$

Como la utilidad marginal es **decreciente**, en una recesión el consumo cae y la utilidad marginal de una unidad extra es muy elevada: las personas valoran enormemente la liquidez en tiempos de crisis. Por lo tanto m es alto.

En expansión abunda el consumo, la utilidad marginal cae y el SDF es bajo.

Corolario: un peso que llega en la recesión «vale más» que un peso que llega en el auge, y el precio de mercado lo refleja.

Ejercicio 2 — Cálculo del SDF

ENUNCIADO

El hogar tiene utilidad logarítmica $u(C) = \ln C$ y factor de descuento $\beta = 0,96$. El consumo en t es 100.

En $t+1$ la economía puede entrar en **Expansión** (prob. 50%, consumo = 105) o en **Recesión** (prob. 50%, consumo = 95).

Calcule el SDF en cada estado.

SOLUCIÓN

La utilidad marginal es $u'(C) = 1/C$, de modo que $m = \beta(C_t/C_{t+1})$:

$$m_{\text{exp}} = 0.96 \left(\frac{100}{105} \right) \approx 0.914$$

$$m_{\text{rec}} = 0.96 \left(\frac{100}{95} \right) \approx 1.010$$

El SDF es **mayor en la recesión**: los pagos que llegan en ese estado se descuentan menos, es decir, valen más hoy.

Ejercicio 3 — Precio de un bono libre de riesgo

ENUNCIADO

Utilizando el SDF del ejercicio anterior (0,914 en expansión y 1,010 en recesión, cada uno con probabilidad 1/2), calcule el precio hoy y la tasa de interés de un bono libre de riesgo que paga exactamente **1 unidad en cualquier estado** de la naturaleza en $t+1$.

SOLUCIÓN

El pago es $X = 1$ en ambos estados, de modo que el precio es el valor esperado del SDF:

$$P_t = \mathbb{E}_t[m_{t+1} \times 1] = 0.5(0.914) + 0.5(1.010) = 0.962$$

$$R_t^f = \frac{1}{P_t} = \frac{1}{0.962} \approx 1.0395$$

Es decir, una tasa libre de riesgo de **3,95%**.

Confirma el resultado teórico $R^f = 1/E[m]$: la tasa segura es el inverso del SDF esperado.

Ejercicio 4 — Precio de un activo riesgoso

ENUNCIADO

En la misma economía, una acción paga dividendos atados al ciclo: **\$120 en Expansión** y **\$80 en Recesión**.

Calcule el precio de la acción hoy.

Use la fórmula fundamental $P = E[mX]$.

SOLUCIÓN

$$P_t = 0.5 (0.914 \times 120) + 0.5 (1.010 \times 80)$$

$$P_t = 0.5(109.68) + 0.5(80.8) = 54.84 + 40.4 = 95.24$$

Obsérvese que el pago **esperado** es 100, pero el precio es sólo 95,24: el mercado castiga a este activo porque concentra sus pagos en los estados donde el consumo es abundante y el SDF es bajo.

Ejercicio 5 — Prima por riesgo (equity premium)

ENUNCIADO

Calcule el retorno esperado de la acción del ejercicio anterior y la **prima por riesgo** respecto del activo libre de riesgo ($R^f = 1,0395$).

SOLUCIÓN

$$\mathbb{E}[X] = 0.5(120) + 0.5(80) = 100$$

$$\mathbb{E}[R_{acc}] = \frac{\mathbb{E}[X]}{P_t} = \frac{100}{95.24} \approx 1.0500$$

$$\mathbb{E}[R_{acc}] - R_t^f = 1.0500 - 1.0395 = 0.0105$$

La prima por riesgo es de **1,05%**: los inversionistas exigen ese exceso de retorno porque la acción paga poco justamente cuando más se necesita.

Compare con el 6% histórico: se necesitaría una aversión al riesgo mucho mayor para replicar los datos. Ése es el equity premium puzzle.

Síntesis del Módulo II

Un solo objeto —la utilidad marginal— unifica la macroeconomía real y los precios financieros.

Lo que hemos construido

- La **Euler estocástica** generaliza la condición del Módulo I al ambiente con incertidumbre.
- El **SDF** descuenta estado a estado: $P = E[mX]$.
- La tasa libre de riesgo es $R^f = 1/E[m]$; la prima por riesgo es $-\text{Cov}(m, R)/E[m]$.
- El CCAPM falla cuantitativamente (equity premium puzzle) pero su estructura es correcta y disciplinante.

Hacia el Módulo III

EL SIGUIENTE PASO

Hasta aquí el hogar transaba un **activo financiero** dado. En el Módulo III el activo relevante pasa a ser el **capital productivo de la economía**: el retorno ya no es un precio de mercado exógeno, sino el producto marginal del capital.

Con eso, la tasa de ahorro deja de ser un parámetro —como en Solow— y se convierte en una elección óptima.





MÓDULO III

El modelo neoclásico de crecimiento

Basado en el Capítulo 9 del libro: «El Modelo de Crecimiento Neoclásico»

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Endogeneizar la tasa de ahorro: de la regla exógena de Solow a la elección óptima de Ramsey.
- Derivar la ecuación de Euler con capital productivo: $u'(C_1) = \beta u'(C_2) f'(K_2)$.
- Obtener la tasa de ahorro óptima y su estática comparativa en β y α .
- Interpretar el modelo de horizonte infinito (RCK): Euler continua, TVC y senda de silla.
- Construir el modelo de Generaciones Traslapadas de Diamond y su estado estacionario.
- Evaluar deuda pública y sistemas de pensiones cuando las vidas son finitas.

CLASES

Clase 6

Ramsey en dos períodos: el ahorro como elección

Clase 7

Horizonte infinito: RCK y senda de silla

Clase 8

Generaciones traslapadas (Diamond)

CLASE

6

Módulo III · Crecimiento neoclásico

Ramsey en dos períodos: el ahorro como elección

La síntesis entre Fisher y Solow: la trayectoria de acumulación de capital surge de un problema de optimización.

AGENDA DE LA CLASE

- 1 El límite de Solow: ¿por qué una sociedad ahorra exactamente s y no otra fracción?
- 2 Configuración: tecnología, recursos por período y restricciones
- 3 El problema de optimización intertemporal del planificador
- 4 La **ecuación de Euler** con capital productivo
- 5 La tasa de ahorro óptima $s^* = \beta\alpha/(1+\beta\alpha)$ y su estática comparativa
- 6 Alcance y límites del resultado; comparación formal con Solow



Motivación: la síntesis entre Fisher y Solow

Dos piezas ya construidas se unen en un solo modelo.

El límite del modelo de Solow

En Solow la economía converge a un estado estacionario gobernado por una **regla de ahorro exógena y constante** (s). Es pedagógicamente útil, pero deja sin responder la pregunta económica fundamental:

¿Por qué una sociedad elige ahorrar exactamente esa fracción de su ingreso y no otra?

Más aún: al carecer de una función de utilidad, Solow **no permite evaluar rigurosamente si la trayectoria de acumulación es socialmente óptima**.

Lo que aporta Fisher

En el Módulo I los hogares optimizaban su consumo a lo largo del tiempo enfrentando una tasa de interés de mercado.

LA SÍNTESIS DE RAMSEY–CASS–KOOPMANS

El ahorro deja de ser un parámetro y se convierte en una **elección endógena**: la trayectoria de acumulación surge de un problema de optimización donde un planificador social balancea el deseo de consumir hoy frente a la rentabilidad de invertir para consumir mañana, sujeto a las restricciones tecnológicas de la economía.

Diferencia clave con Fisher: el activo relevante ya no es un bono con retorno r exógeno, sino el capital productivo, cuyo retorno es $f'(K)$.



El nacimiento del crecimiento óptimo

RECUADRO · CONTEXTO HISTÓRICO

Frank P. Ramsey (1903–1930)

Filósofo y matemático británico que en 1928 publicó un artículo fundacional donde formalizó matemáticamente **cuánto debería ahorrar una nación** para maximizar su bienestar intertemporal.

Su ecuación de Euler es hoy la condición de optimalidad más importante de la macroeconomía dinámica.

David Cass y Tjalling Koopmans (1965)

En la década de 1960 revivieron el olvidado trabajo de Ramsey y lo integraron con la función de producción neoclásica de Solow.

Dieron origen al modelo **Ramsey–Cass–Koopmans**, la base indiscutible sobre la que se construyen los actuales modelos DSGE que veremos en el Módulo IV.



Configuración del modelo de dos períodos

Un agente representativo vive en los períodos 1 y 2 y elige la trayectoria de consumo e inversión.

Tecnología neoclásica

$$Y_t = f(K_t), \quad f'(K_t) > 0, \quad f''(K_t) < 0$$

$$f(K) = A K^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1$$

Recursos del período 1

El capital heredado K_1 es una instalación física ya hundida: no puede liquidarse ni consumirse. Los recursos disponibles son estrictamente el ingreso producido:

$$C_1 + K_2 = Y_1 = f(K_1)$$

Recursos del período 2

El nuevo capital entra en operación y, al ser el último período, no hay incentivo para seguir ahorrando ni valor de reventa: se consume todo el producto.

$$C_2 = Y_2 = A K_2^\alpha$$

Preferencias

$$\max_{C_1, K_2} \ln(C_1) + \beta \ln(C_2), \quad \beta \in (0, 1)$$

La utilidad logarítmica y la Cobb–Douglas permiten una solución analítica cerrada; el mecanismo económico es general.



Derivación 17 · Ramsey en dos períodos: del problema a la ecuación de Euler

Mismo esqueleto que Fisher, con una diferencia decisiva: la tasa de retorno ya no es un dato, la produce la tecnología.

- 1 **Preferencias del planificador** (o del hogar representativo): utilidad de dos períodos con descuento.

$$\max_{C_1, C_2, K_2} U = u(C_1) + \beta u(C_2)$$

- 2 **Restricción del período 1.** El producto se reparte entre consumo e inversión; lo no consumido se convierte en capital.

$$C_1 + K_2 = Y_1 = f(K_1) \quad (\text{con } \delta = 1 : \text{el capital se consume del todo})$$

- 3 **Restricción del período 2.** Se consume todo lo que la economía produce con el capital acumulado.

$$C_2 = f(K_2) = A K_2^\alpha$$

- 4 **Sustituya ambas restricciones** en la función objetivo: queda un problema sin restricciones en K_2 .

$$\max_{K_2} u(Y_1 - K_2) + \beta u(A K_2^\alpha)$$

- 5 **Condición de primer orden.** Derive respecto de K_2 usando la regla de la cadena.

$$-u'(C_1) + \beta u'(C_2) f'(K_2) = 0 \implies \boxed{u'(C_1) = \beta u'(C_2) f'(K_2)}$$

- 6 **Comparación con el Módulo I.** El precio intertemporal es ahora el producto marginal del capital.

$$\underbrace{1 + r}_{\text{Fisher: dato de mercado}} \longleftrightarrow \underbrace{f'(K_2) = \alpha A K_2^{\alpha-1}}_{\text{Ramsey: lo fija la tecnología}}$$

Ésta es la síntesis del capítulo: Fisher explicaba cómo se reparte una dotación dada; Ramsey explica de dónde sale esa dotación.



Optimización y condiciones de primer orden

Sustituimos el consumo futuro por la función de producción del período 2 y usamos $\ln(AK_2^\alpha) = \ln A + \alpha \ln K_2$.

$$\max_{C_1, K_2} \ln(C_1) + \beta(\ln A + \alpha \ln K_2) \quad \text{s.a.} \quad Y_1 - C_1 - K_2 = 0$$

Función Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \ln(C_1) + \beta(\ln A + \alpha \ln K_2) + \lambda(Y_1 - C_1 - K_2)$$

Condiciones de primer orden

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} : \quad \frac{1}{C_1} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_2} : \quad \beta \frac{\alpha}{K_2} - \lambda = 0$$

Iguando por el multiplicador

$$\frac{1}{C_1} = \beta \frac{\alpha}{K_2} \quad \Longleftrightarrow \quad C_1 = \frac{K_2}{\beta \alpha}$$

LA ECUACIÓN DE EULER EN SU FORMA GENERAL

$$u'(C_1) = \beta u'(C_2) f'(K_2)$$

Verificación con nuestras formas funcionales: con $u'(C) = 1/C$, $C_2 = AK_2^\alpha$ y $f'(K_2) = \alpha AK_2^{\alpha-1}$,

$$u'(C_2)f'(K_2) = \frac{\alpha AK_2^{\alpha-1}}{AK_2^\alpha} = \frac{\alpha}{K_2}$$

Derivación 18 · La tasa de ahorro óptima: $s^* = \beta\alpha/(1+\beta\alpha)$

Con utilidad logarítmica y tecnología Cobb–Douglas, el modelo entrega una fórmula cerrada y memorable.

- 1 **Especifique preferencias y tecnología.** Utilidad log y producción de participación α .

$$u(C) = \ln C, \quad u'(C) = \frac{1}{C}, \quad f(K) = AK^\alpha, \quad f'(K) = \alpha AK^{\alpha-1}$$

- 2 **Escriba la Euler con estas funciones.**

$$\frac{1}{C_1} = \beta \frac{1}{C_2} \alpha AK_2^{\alpha-1}$$

- 3 **Reemplace $C_2 = A K_2^\alpha$** en el lado derecho y simplifique las potencias de K_2 .

$$\frac{1}{C_1} = \beta \frac{\alpha AK_2^{\alpha-1}}{AK_2^\alpha} = \frac{\beta\alpha}{K_2}$$

- 4 **Obtenemos una relación lineal** entre consumo presente y capital acumulado.

$$K_2 = \beta\alpha C_1$$

- 5 **Use la restricción de recursos** $C_1 + K_2 = Y_1$ para despejar el consumo.

$$C_1 + \beta\alpha C_1 = Y_1 \implies C_1^* = \frac{Y_1}{1 + \beta\alpha}$$

- 6 **Tasa de ahorro óptima.** Constante, independiente del nivel de producto y de A .

$$s^* \equiv \frac{K_2}{Y_1} = 1 - \frac{1}{1 + \beta\alpha} = \boxed{\frac{\beta\alpha}{1 + \beta\alpha}}$$

Solow **suponía** s constante; Ramsey lo **deriva** y además dice de qué depende: de la paciencia β y de la productividad del capital α .



Interpretación económica de la Euler y tasa de ahorro óptima

El ahorro no es una regla arbitraria, sino una decisión racional gobernada por dos fuerzas.

- **Paciencia intertemporal (β):** cuanto mayor es β , más pesa el bienestar futuro y mayor el incentivo a postergar consumo presente.
- **Rentabilidad marginal del capital $f'(K_2)$:** cuanto más productiva sea la inversión, mayor es el premio por sacrificar consumo hoy.

*Diferencia esencial con Fisher: el agente no compara el consumo presente con una tasa de mercado exógena, sino con el **retorno marginal interno de acumular capital**. El activo relevante no es un bono: es el capital productivo de la economía.*

Sustituyendo en la restricción de recursos

$$\frac{K_2}{\beta\alpha} + K_2 = Y_1 \Rightarrow K_2 \left(\frac{1 + \beta\alpha}{\beta\alpha} \right) = Y_1$$

$$K_2 = \left(\frac{\beta\alpha}{1 + \beta\alpha} \right) Y_1$$

Como el ahorro del período 1 coincide con la inversión en capital nuevo, $S_1 = Y_1 - C_1 = K_2$:

TASA DE AHORRO ÓPTIMA

$$s^* \equiv \frac{S_1}{Y_1} = \frac{\beta\alpha}{1 + \beta\alpha}$$

Estática comparativa

- $\beta \uparrow \rightarrow$ la economía es más paciente $\rightarrow s^*$ sube.
- $\alpha \uparrow \rightarrow$ el capital es relativamente más productivo $\rightarrow s^*$ sube.

Derivación 19 · Estática comparativa: qué mueve la tasa de ahorro

Diferenciamos la fórmula para obtener predicciones contrastables con datos de corte transversal de países.

- 1 **La fórmula a diferenciar.** Conviene notar que s^* es una transformación creciente del producto $\beta\alpha$.

$$s^* = \frac{\beta\alpha}{1 + \beta\alpha} = \frac{x}{1 + x}, \quad x \equiv \beta\alpha$$

- 2 **Derivada respecto del argumento compuesto.** Es positiva y decreciente: hay rendimientos marginales decrecientes.

$$\frac{\partial s^*}{\partial x} = \frac{1}{(1 + x)^2} > 0$$

- 3 **Efecto de la paciencia.** Sociedades más pacientes ahorran e invierten más.

$$\frac{\partial s^*}{\partial \beta} = \frac{\alpha}{(1 + \beta\alpha)^2} > 0$$

- 4 **Efecto de la participación del capital.** Si el capital es más productivo, conviene acumular más.

$$\frac{\partial s^*}{\partial \alpha} = \frac{\beta}{(1 + \beta\alpha)^2} > 0$$

- 5 **Cálculo numérico de referencia.** Con $\beta = 0,96$ y $\alpha = 0,35$ (calibración estándar):

$$x = 0,96 \times 0,35 = 0,336 \implies s^* = \frac{0,336}{1,336} = 0,2515 \text{ (25,2\%)}$$

- 6 **Contraste con los datos.** La tasa de inversión observada en economías desarrolladas ronda 20–25% del PIB.

$$s_{\text{modelo}}^* \approx 25\% \quad \text{vs.} \quad \left. \frac{I}{Y} \right|_{\text{datos}} \approx 20\text{--}25\%$$

Note qué **no** aparece: ni A ni Y_1 . Un shock tecnológico eleva el ahorro y el consumo en la misma proporción, dejando s^* intacta.



Taller en clase · La tasa de ahorro óptima

Tres ejercicios de manipulación directa de la fórmula $s^* = \beta\alpha/(1+\beta\alpha)$.

TRABAJE EN PAREJAS · 15 MINUTOS

- 1 Calcule s^* para $\beta = 0,90$ y $\alpha = 0,30$. Repita con $\beta = 0,98$. ¿Cuánto cambia la tasa de ahorro en puntos porcentuales?
- 2 Un país descubre una tecnología que duplica A . Sin hacer cuentas, prediga qué pasa con s^* , con C_1 y con K_2 . Justifique cuál de los tres **no** cambia y por qué.
- 3 Suponga ahora depreciación parcial, de modo que la Euler es $1/C_1 = \beta(1/C_2)[\alpha A K_2^{\alpha-1} + 1 - \delta]$. ¿En qué dirección se mueve el ahorro respecto del caso $\delta = 1$? Argumente sin resolver.

Qué debe reconocer en cada caso

- **Problema 1:** 0,2126 frente a 0,2272, es decir cerca de 1,5 puntos del PIB. Note que la elasticidad de s^* respecto de β es baja: la fórmula es muy plana.
- **Problema 2:** s^* no cambia (no depende de A); C_1 y K_2 suben ambos en la misma proporción que Y_1 . Es el resultado de homoteticidad de la utilidad logarítmica.
- **Problema 3:** con $\delta < 1$ el retorno bruto del ahorro es mayor, porque además del producto marginal se recupera el capital no depreciado; el ahorro requerido para sostener un mismo consumo futuro es menor.

PUENTE HACIA LA PRÓXIMA CLASE

En dos períodos, la tasa de ahorro es **constante**. Con horizonte infinito dejará de serlo durante la transición: será alta lejos del estado estacionario y convergerá a la que sostiene k^* . Ése es todo el contenido del diagrama de fase.



Alcance del resultado y comparación con Solow

No sobreinterpretar la fórmula: la constancia de s^ es propiedad de esta versión extremadamente simple del modelo.*

Los límites del resultado

- Dos períodos, utilidad logarítmica y depreciación total implícita del capital entre períodos.
- En el modelo RCK de horizonte infinito el objeto central ya no es una tasa de ahorro fija, sino **la trayectoria conjunta de consumo y capital**.
- En ese contexto, la tasa de ahorro implícita suele **variar durante la transición** hacia el estado estacionario.

Ramsey no reemplaza a Solow en el plano pedagógico: lo microfundamenta. Solow postula una tasa de ahorro constante; Ramsey muestra de dónde podría venir una regla de ahorro de ese tipo.

SOLOW FRENTE A RAMSEY

Solow: s exógena. La política afecta el nivel de ingreso de largo plazo; no hay criterio de bienestar interno al modelo.

Ramsey: s endógena. Se deriva de preferencias (β, σ) y tecnología (α, δ) ; el modelo entrega un criterio normativo y una senda óptima.

Regla de Oro (Solow/Phelps): maximiza el consumo estacionario, $f'(k) = \delta$. **Ramsey:** $f'(k) = \rho + \delta$, de modo que $k < k_{\text{gold}}$: la sociedad, al descontar el futuro, elige acumular **menos** capital que en la Regla de Oro — y eso es óptimo.



El ahorro en la práctica: paciencia y crecimiento

RECUADRO · EVIDENCIA Y DEBATE

El contexto

El modelo de Ramsey predice que la propensión al ahorro no es un parámetro exógeno, sino el resultado de preferencias intertemporales: a mayor paciencia (mayor β), mayor incentivo a postergar consumo hoy para acumular capital y consumir más mañana.

La evidencia

Estudios transnacionales basados en encuestas globales (Falk et al., 2018) documentan correlaciones robustas entre la **paciencia promedio** y mayores niveles de ahorro, educación e ingreso per cápita.

La conexión

El modelo captura analíticamente esta intuición: una sociedad paciente invierte más hoy, sacrificando consumo corriente para sostener una mayor producción agregada mañana.

PARA DEBATIR EN CLASE

Si la paciencia ayuda a explicar diferencias persistentes en ahorro e ingreso, ¿es un rasgo cultural e institucional relativamente estable, o puede modificarse con políticas públicas —educación financiera, estabilidad macro, reglas fiscales— que cambien el horizonte de planificación de los hogares?



CLASE

7

Módulo III · Crecimiento neoclásico

Horizonte infinito: Ramsey–Cass–Koopmans

Anexo matemático 1 del capítulo: la versión en tiempo continuo con la que trabaja la macroeconomía avanzada.

AGENDA DE LA CLASE

- 1 El objetivo del planificador con descuento infinito
- 2 La ecuación de Euler en tiempo continuo
- 3 La condición de transversalidad (TVC) y qué trayectorias descarta
- 4 El diagrama de fase y la **senda de silla**
- 5 Estado estacionario: $f'(k^*) = \rho + \delta$ y su contraste con la Regla de Oro
- 6 Por qué esta estructura es la base de los modelos DSGE



La transición al horizonte infinito

La macroeconomía avanzada formula el modelo RCK en horizonte infinito y en tiempo continuo.

El problema del planificador

$$\max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) dt$$

donde ρ es la tasa de preferencia por el presente. La dinámica agregada queda gobernada por dos ecuaciones fundamentales.

1. Ecuación de Euler en tiempo continuo

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma} (f'(k_t) - \delta - \rho)$$

El consumo **crece** si el producto marginal neto del capital supera a ρ . Para CRRA, σ es el parámetro de curvatura y $1/\sigma$ la elasticidad de sustitución intertemporal.

2. Condición de transversalidad (TVC)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} u'(c_t) k_t = 0$$

Descarta trayectorias ineficientes —sobre-acumulación «para siempre»— y senderos no viables de endeudamiento.

EL ESTADO ESTACIONARIO

Con $\dot{c} = 0$ se obtiene la **regla de oro modificada**:

$$f'(k^*) = \rho + \delta$$

Como $\rho > 0$, el capital óptimo es **menor** que el de la Regla de Oro ($f'(k) = \delta$): descontar el futuro es racional, no un error.

Derivación 20 · El problema del planificador en tiempo continuo: el Hamiltoniano

Con horizonte infinito el Lagrangiano no basta: necesitamos control óptimo. El procedimiento, sin embargo, es mecánico.

- 1 **El problema.** Maximizar utilidad descontada sujeto a la ley de acumulación del capital.

$$\max_{\{c_t\}} \int_0^\infty e^{-\rho t} u(c_t) dt \quad \text{s.a.} \quad \dot{k}_t = f(k_t) - \delta k_t - c_t$$

- 2 **Identifique las variables.** c es la variable de **control** (se elige); k es la de **estado** (se hereda).

control: c_t estado: k_t coestado: μ_t

- 3 **Escriba el Hamiltoniano de valor corriente.** Utilidad instantánea más el valor sombra del capital acumulado.

$$\mathcal{H} = u(c_t) + \mu_t [f(k_t) - \delta k_t - c_t]$$

- 4 **Condición 1 · óptimo del control.** Derive respecto de c : la utilidad marginal iguala al precio sombra del capital.

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial c} = u'(c_t) - \mu_t = 0 \implies u'(c_t) = \mu_t$$

- 5 **Condición 2 · ecuación del coestado.** Es la regla de arbitraje del precio sombra.

$$\dot{\mu}_t = \rho \mu_t - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial k} = \mu_t [\rho + \delta - f'(k_t)]$$

- 6 **Condición 3 · transversalidad.** Descarta las trayectorias que acumulan capital sin llegar a consumirlo.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \mu_t k_t = 0$$

Las tres condiciones son el análogo exacto de: CPO respecto de c_1 , CPO respecto de c_2 , y «no dejar riqueza sin usar» del Módulo I.



Derivación 21 · De las condiciones del Hamiltoniano a la Euler continua

Eliminamos el multiplicador μ para quedarnos con una ecuación en las variables observables c y k .

- 1 **Parta de la condición del control** y derive respecto del tiempo (regla de la cadena).

$$u'(c_t) = \mu_t \implies \dot{\mu}_t = u''(c_t) \dot{c}_t$$

- 2 **Igualé con la ecuación del coestado** del paso anterior.

$$u''(c_t) \dot{c}_t = u'(c_t) [\rho + \delta - f'(k_t)]$$

- 3 **Despeje la tasa de crecimiento del consumo** dividiendo por $u'(c)$ y por c .

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = - \frac{u'(c_t)}{c_t u''(c_t)} [f'(k_t) - \delta - \rho]$$

- 4 **Reconozca la elasticidad de sustitución intertemporal** en el término entre corchetes.

$$- \frac{u'(c)}{c u''(c)} \equiv \frac{1}{\sigma} \quad (\text{con CRRA es exactamente } 1/\sigma)$$

- 5 **Ecuación de Euler en tiempo continuo.** El consumo crece si el retorno neto supera a la impaciencia.

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\sigma} \left[\underbrace{f'(k_t) - \delta}_{\text{retorno neto}} - \underbrace{\rho}_{\text{impaciencia}} \right]$$

- 6 **Compare con el Módulo I.** Es la misma condición, escrita en tasas de crecimiento instantáneas.

$$\Delta \ln c \simeq \frac{1}{\sigma} (r - \rho) \quad \longleftrightarrow \quad \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} (f'(k) - \delta - \rho)$$

Nada nuevo bajo el sol: la Euler de Fisher, con r reemplazada por el producto marginal neto del capital.



Derivación 22 · Las dos isoclinas y el estado estacionario

El sistema dinámico tiene dos ecuaciones. Igualarlas a cero produce las dos curvas del diagrama de fase.

- 1 **El sistema completo.** Dos ecuaciones diferenciales en (c, k) : una de comportamiento y una de recursos.

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} [f'(k) - \delta - \rho], \quad \dot{k} = f(k) - \delta k - c$$

- 2 **Primera isoclina** dot $c = 0$. Define un **único** nivel de capital, independiente del consumo: es una recta vertical.

$$\dot{c} = 0 \iff f'(k^*) = \rho + \delta$$

- 3 **Con Cobb–Douglas** $f(k)=k^\alpha$ se despeja explícitamente el capital de estado estacionario.

$$\alpha k^{\alpha-1} = \rho + \delta \implies k^* = \left(\frac{\alpha}{\rho + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

- 4 **Segunda isoclina** dot $k = 0$. Es la curva cóncava de consumo sostenible.

$$\dot{k} = 0 \iff c = f(k) - \delta k$$

- 5 **Consumo de estado estacionario.** Se evalúa la segunda isoclina en el k^* que fija la primera.

$$c^* = f(k^*) - \delta k^* = (k^*)^\alpha - \delta k^*$$

- 6 **Ejemplo numérico** con $\alpha = 0,35$, $\delta = 0,05$ y $\rho = 0,03$:

$$k^* = \left(\frac{0,35}{0,08} \right)^{1/0,65} = (4,375)^{1,538} = 9,68, \quad c^* = 9,68^{0,35} - 0,05(9,68) = 1,73$$

El punto $E^* = (k^*, c^*)$ es la intersección de ambas isoclinas: el único punto donde nada cambia.



Derivación 23 · Regla de oro modificada y eficiencia dinámica

Comparamos el estado estacionario óptimo con el que maximizaría el consumo de largo plazo. La diferencia es exactamente ρ .

- 1 **Regla de oro (Solow).** Maximice el consumo sostenible eligiendo el capital.

$$\max_k c = f(k) - \delta k \implies f'(k_{oro}) = \delta$$

- 2 **Regla de oro modificada (Ramsey).** La derivada del paso 2 de la derivación anterior incluye la impaciencia.

$$f'(k^*) = \rho + \delta$$

- 3 **Compare.** Como $\rho > 0$ y f' es decreciente, el capital óptimo es **menor** que el de la regla de oro.

$$f'(k^*) > f'(k_{oro}) \implies k^* < k_{oro} \implies c^* < c_{oro}$$

- 4 **Cálculo con la misma calibración.** El capital de la regla de oro es casi el doble.

$$k_{oro} = \left(\frac{0,35}{0,05} \right)^{1,538} = 19,96, \quad c_{oro} = 19,96^{0,35} - 0,05(19,96) = 1,85$$

- 5 **¿Es esto una falla?** No: consumir menos en el largo plazo es óptimo si llegar allá exige sacrificar demasiado hoy.

$$c^* = 1,73 < c_{oro} = 1,85 \quad \text{pero} \quad U(\text{senda óptima}) > U(\text{senda de oro})$$

- 6 **Eficiencia dinámica.** La economía de Ramsey nunca sobreacumula capital; el OLG de la próxima clase sí puede hacerlo.

$$\text{Ramsey: } k^* < k_{oro} \text{ siempre} \quad \text{vs.} \quad \text{OLG: } k^* \geq k_{oro}$$

Éste es el criterio que distingue una economía que ahorra «poco» de una que ahorra «demasiado»: comparar $f'(k)$ con δ , no las tasas de ahorro.



Derivación 24 · La versión en tiempo discreto y el puente con el Módulo I

Para que quede explícito que el RCK no es un modelo distinto, sino el mismo problema con más períodos.

- 1 **El problema en tiempo discreto.** Suma descontada infinita en vez de integral.

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \quad \text{s.a.} \quad k_{t+1} = f(k_t) + (1 - \delta)k_t - c_t$$

- 2 **Lagrangiano con un multiplicador por período.**

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ u(c_t) + \lambda_t [f(k_t) + (1 - \delta)k_t - c_t - k_{t+1}] \right\}$$

- 3 **CPO respecto de c_t y de k_{t+1} .** La segunda conecta dos períodos consecutivos.

$$u'(c_t) = \lambda_t, \quad \lambda_t = \beta \lambda_{t+1} [f'(k_{t+1}) + 1 - \delta]$$

- 4 **Ecuación de Euler estándar del RCK discreto.**

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1}) [f'(k_{t+1}) + 1 - \delta]$$

- 5 **Identifique la tasa de interés implícita.** El corchete es exactamente el factor bruto $(1+r)$.

$$1 + r_{t+1} \equiv f'(k_{t+1}) + 1 - \delta \quad \implies \quad u'(c_t) = \beta(1 + r_{t+1})u'(c_{t+1})$$

- 6 **Equivalencia de descuentos.** La impaciencia continua y el factor discreto son la misma cosa.

$$\beta = \frac{1}{1 + \rho} \quad \iff \quad \rho = \frac{1}{\beta} - 1$$

Ésta es exactamente la ecuación que resolverá el modelo RBC del Módulo IV: sólo faltará agregar el shock tecnológico y la esperanza.



Taller en clase · Estado estacionario y diagrama de fase

Tres ejercicios sobre el modelo RCK. El objetivo es que la geometría del diagrama quede asociada a álgebra concreta.

TRABAJE EN PAREJAS · 15 MINUTOS

- 1 Con $\alpha = 0,30$, $\delta = 0,06$ y $\rho = 0,04$, calcule k^* y c^* . Compare con el capital de la regla de oro.
- 2 La economía sufre una caída permanente de la tasa de impaciencia ρ (la sociedad se vuelve más paciente). ¿Hacia dónde se desplaza la isoclina vertical? ¿Qué ocurre con el consumo en el impacto y en el largo plazo?
- 3 Un estudiante propone una trayectoria en que el consumo es tan alto que el capital cae hasta cero en tiempo finito. ¿Qué condición del problema de optimización descarta esa trayectoria?

Qué debe reconocer en cada caso

- **Problema 1:** $k^* = (0,30/0,10)^{(1/0,7)} = 4,80$ y $c^* = 4,80^{0,30} - 0,06(4,80) = 1,31$. La regla de oro daría $k = (0,30/0,06)^{(1/0,7)} = 9,97$: la economía óptima acumula bastante menos.
- **Problema 2:** ρ menor $\Rightarrow f'(k^*) = \rho + \delta$ menor $\Rightarrow k^*$ mayor: la vertical se desplaza a la derecha. En el impacto el consumo **cae** (hay que financiar la mayor acumulación) y en el largo plazo termina más alto.
- **Problema 3:** la condición de transversalidad no la descarta —esa trayectoria viola la factibilidad—. Lo que la TVC descarta es la trayectoria opuesta: acumular capital indefinidamente sin consumirlo.

EJERCICIO ADICIONAL PARA LA CASA

Verifique que con $\beta = 1/(1+\rho)$ y $\delta = 1$ el estado estacionario del modelo discreto coincide con el de la Derivación 18. Es el mejor chequeo de que los dos lenguajes describen el mismo modelo.



El diagrama de fase y la senda de silla

De todas las trayectorias matemáticamente posibles, la TVC selecciona una única ruta económicamente viable.

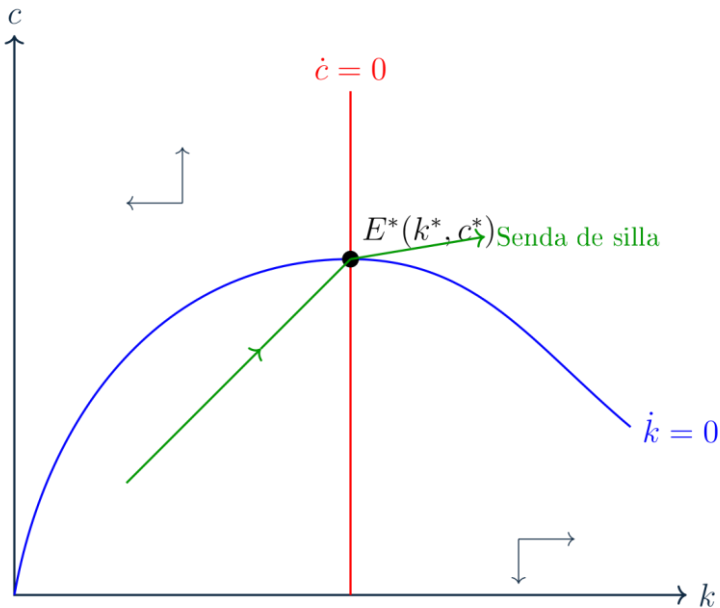


Figura del Capítulo 9: diagrama de fase del modelo de Ramsey infinito y senda de silla (saddle path).

Cómo leer el diagrama

- La recta vertical $\dot{c} = 0$ fija el capital donde $f'(k) = \rho + \delta$.
- La curva $\dot{k} = 0$ recoge las combinaciones donde la inversión iguala a la depreciación: $c = f(k) - \delta k$.
- Su intersección define el estado estacionario E^* .

Por qué la senda de silla es única

- Si el consumo inicial fuese **demasiado alto**, la economía agotaría su capital y violaría la restricción de recursos.
- Si fuese **demasiado bajo**, acumularía capital indefinidamente sin consumirlo, violando la TVC.
- Sólo una condición inicial de consumo, dada k_0 , converge a E^* .

Esta estructura de punto de silla es exactamente la que reaparece en los DSGE modernos, donde las variables de salto (consumo, inflación) se determinan por la condición de estabilidad.

CLASE

8

Módulo III · Crecimiento neoclásico

El modelo de Generaciones Traslapadas (Diamond)

Anexo matemático 2: qué cambia cuando los agentes no son inmortales. Cierre del Módulo III.

AGENDA DE LA CLASE

- 1 El límite de Ramsey: el supuesto del «agente inmortal»
- 2 El ciclo de vida: juventud, vejez y restricciones presupuestarias
- 3 Optimización, ecuación de Euler y **función de ahorro óptimo**
- 4 Empresas, salarios y el cierre macroeconómico del modelo
- 5 La ecuación en diferencias fundamental y el estado estacionario
- 6 Pensiones, deuda pública e ineficiencia dinámica · **Cinco ejercicios resueltos**



Motivación: horizontes finitos y el fallo de la Equivalencia Ricardiana

El modelo RCK es el benchmark de eficiencia, pero descansa en un supuesto heroico.

El «agente inmortal»

En Ramsey la economía está poblada por un agente representativo que vive para siempre (o actúa como una dinastía con altruismo perfecto). Con $T = \infty$, si el gobierno impone ahorro forzoso o emite deuda, el agente racional **ajusta su ahorro voluntario en la misma magnitud**: la política fiscal es neutral y la senda es dinámicamente eficiente.

Peter Diamond (Nobel 2010) introdujo el modelo de Generaciones Traslapadas (OLG) para acercar la teoría a la realidad.

Tres cambios radicales

- 1 **Vidas finitas**: los individuos nacen, trabajan (juventud), se jubilan (vejez) y mueren.
- 2 **Fallo de la Equivalencia Ricardiana**: las generaciones futuras aún no nacen y no pueden comerciar con las actuales (mercados incompletos). Si el gobierno emite deuda hoy y la pagan los jóvenes de mañana, la generación actual consume más y reduce el capital de la economía.
- 3 **Ineficiencia dinámica**: si los jóvenes ahorran demasiado, la economía puede acumular tanto capital que su rendimiento marginal caiga por debajo del crecimiento ($r < g$). El libre mercado falla en alcanzar la Regla de Oro.

El ciclo de vida y la optimización del joven

Los individuos viven dos períodos; en cada t nace una generación de tamaño L_t que crece a la tasa n .

Restricciones presupuestarias

$$\text{Juventud: } c_{1,t} + s_t = w_t$$

$$\text{Vejez: } c_{2,t+1} = (1 + r_{t+1}) s_t$$

Despejando el ahorro y sustituyendo se obtiene la restricción intertemporal del individuo:

$$c_{1,t} + \frac{c_{2,t+1}}{1 + r_{t+1}} = w_t$$

Preferencias

$$U_t = \ln(c_{1,t}) + \beta \ln(c_{2,t+1})$$

Lagrangiano y condiciones de primer orden

$$\mathcal{L} = \ln(c_{1,t}) + \beta \ln(c_{2,t+1}) + \lambda \left[w_t - c_{1,t} - \frac{c_{2,t+1}}{1 + r_{t+1}} \right]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_{1,t}} = \frac{1}{c_{1,t}} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_{2,t+1}} = \frac{\beta}{c_{2,t+1}} - \frac{\lambda}{1 + r_{t+1}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{c_{2,t+1}}{c_{1,t}} = \beta (1 + r_{t+1})$$

Derivación 25 · La función de ahorro del joven, línea por línea

El individuo vive dos períodos: trabaja cuando joven, consume sus ahorros cuando viejo. Un problema de Fisher con dotación $(w, 0)$.

- 1 **Restricciones de flujo.** Ingresas sólo el salario en juventud; en la vejez sólo hay ahorro capitalizado.

$$c_{1,t} + s_t = w_t, \quad c_{2,t+1} = (1 + r_{t+1}) s_t$$

- 2 **Restricción intertemporal.** Sustituyendo s_t : es la dotación $(w_t, 0)$ del modelo de Fisher.

$$c_{1,t} + \frac{c_{2,t+1}}{1 + r_{t+1}} = w_t$$

- 3 **Preferencias logarítmicas y Lagrangiano.**

$$\mathcal{L} = \ln c_{1,t} + \beta \ln c_{2,t+1} + \lambda \left[w_t - c_{1,t} - \frac{c_{2,t+1}}{1 + r_{t+1}} \right]$$

- 4 **Las dos CPO y la Euler resultante.**

$$\frac{1}{c_{1,t}} = \lambda, \quad \frac{\beta}{c_{2,t+1}} = \frac{\lambda}{1 + r_{t+1}} \implies \frac{c_{2,t+1}}{c_{1,t}} = \beta (1 + r_{t+1})$$

- 5 **Sustituya la Euler en la restricción intertemporal** para despejar el consumo joven.

$$c_{1,t}(1 + \beta) = w_t \implies c_{1,t} = \frac{w_t}{1 + \beta}$$

- 6 **Función de ahorro.** Con utilidad log, la tasa de interés desaparece: los efectos ingreso y sustitución se cancelan.

$$s_t = w_t - c_{1,t} = \boxed{\frac{\beta}{1 + \beta} w_t}$$

Que s no dependa de r es una propiedad exclusiva de la utilidad logarítmica; con CRRG general aparecería el factor $[\beta(1+r)]^{1/\sigma}$.



La función de ahorro óptimo y el cierre macroeconómico

Sustituyendo las restricciones en la ecuación de Euler.

$$\frac{(1 + r_{t+1})s_t}{w_t - s_t} = \beta(1 + r_{t+1})$$

La tasa de interés **se cancela a ambos lados**: propiedad exclusiva de la utilidad logarítmica, donde los efectos sustitución e ingreso se anulan exactamente.

$$s_t(1 + \beta) = \beta w_t \implies s_t = \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right) w_t$$

El ahorro de los jóvenes es una fracción constante de su ingreso salarial, y esa fracción depende exclusivamente de su paciencia.

Empresas y salarios

Con producción Cobb–Douglas competitiva, el salario real iguala la productividad marginal del trabajo:

$$w_t = (1 - \alpha) k_t^\alpha$$

El eslabón crítico del modelo

Con depreciación total, el capital de mañana es exactamente el ahorro de los jóvenes de hoy:

$$K_{t+1} = L_t s_t \implies k_{t+1} = \frac{s_t}{1 + n}$$



Derivación 26 · De la función de ahorro al estado estacionario k^*

El cierre macroeconómico convierte una decisión individual en una ecuación en diferencias para toda la economía.

- 1 **Equilibrio en el mercado de capitales.** El ahorro de los jóvenes de hoy es el capital de mañana, repartido entre más trabajadores.

$$K_{t+1} = L_t s_t \quad \text{y} \quad L_{t+1} = (1+n)L_t \implies k_{t+1} = \frac{s_t}{1+n}$$

- 2 **Salario competitivo.** Con producción Cobb–Douglas por trabajador, el salario es el producto marginal del trabajo.

$$y_t = k_t^\alpha \implies w_t = (1-\alpha) k_t^\alpha$$

- 3 **Sustituya la función de ahorro y el salario** en la condición de equilibrio.

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n} \cdot \frac{\beta}{1+\beta} (1-\alpha) k_t^\alpha$$

- 4 **Ecuación en diferencias fundamental del modelo OLG.**

$$k_{t+1} = \underbrace{\left[\frac{\beta (1-\alpha)}{(1+n)(1+\beta)} \right]}_{\equiv \Lambda} k_t^\alpha$$

- 5 **Estado estacionario.** Imponga $k_{t+1}=k_t=k^*$ y despeje.

$$k^* = \Lambda (k^*)^\alpha \implies (k^*)^{1-\alpha} = \Lambda \implies k^* = \Lambda^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

- 6 **Estabilidad.** La pendiente de la ecuación en diferencias en k^* es menor que uno: convergencia monótona.

$$\left. \frac{dk_{t+1}}{dk_t} \right|_{k^*} = \alpha \Lambda (k^*)^{\alpha-1} = \alpha < 1$$

Compare con Ramsey: aquí k^* depende de n y de $(1-\alpha)$ —la porción del ingreso que va a los jóvenes— y puede superar la regla de oro.



Ecuación en diferencias fundamental y estado estacionario

Sustituyendo la función de ahorro y el salario en la ecuación de acumulación.

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n} \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right) (1-\alpha) k_t^\alpha$$

En el estado estacionario $k_{t+1} = k_t = k^*$:

$$k^* = \left(\frac{\beta(1-\alpha)}{(1+n)(1+\beta)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

EL TAKEAWAY TEÓRICO

En Ramsey el capital estacionario depende de la tasa de descuento del planificador (ρ) y de la productividad del capital. En OLG **depende de la porción del ingreso que va a los trabajadores, $(1 - \alpha)$.**

¿Por qué? Porque en este mundo de vidas finitas **sólo los jóvenes trabajan y ahorran**. Si el capital concentra gran parte del ingreso (α alto), los jóvenes reciben salarios bajos y no pueden financiar el stock de capital futuro: el estado estacionario es más pobre.

Esta dependencia del ahorro respecto de la distribución factorial del ingreso es la gran revelación del modelo de Diamond.



Sistemas de pensiones en el modelo de Diamond

RECUADRO · POLÍTICA PÚBLICA

Sistema de reparto (pay-as-you-go)

El Estado cobra impuestos a los jóvenes trabajadores de hoy para financiar a los jubilados actuales. Diamond demostró que esto transfiere recursos desde quienes tienen **alta propensión a ahorrar** (jóvenes) hacia quienes consumen todo (viejos).

Resultado: caída de la tasa de ahorro nacional, menor acumulación de capital ($k^* \downarrow$) y futuras generaciones más pobres.

Excepción importante: bajo ineficiencia dinámica, un sistema de reparto puede mejorar el bienestar al absorber el «exceso» de ahorro.

Capitalización individual

Obliga a los jóvenes a ahorrar para su propia vejez en cuentas de inversión. Al forzar ese ahorro y canalizarlo al mercado financiero, el costo del capital cae y la economía transita hacia un estado estacionario con **mayor infraestructura productiva y salarios reales más altos**.

CONCLUSIÓN

Mientras Ramsey muestra cómo debería verse una economía perfecta, el modelo OLG enseña que **la finitud de la vida humana justifica la intervención del Estado** en el diseño de instituciones intergeneracionales —deuda pública y pensiones— para evitar equilibrios subóptimos.

Ejercicio 1 — Condición de transversalidad (conceptual)

ENUNCIADO

¿Qué comportamiento ineficiente previene la Condición de Transversalidad (TVC) en el modelo de Ramsey de horizonte infinito?

Ejercicio conceptual 2 de la guía del Capítulo 9.

SOLUCIÓN

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} u'(c_t) k_t = 0$$

La TVC **descarta senderos donde la economía sobre-acumula capital indefinidamente sin usarlo para consumo**, y elimina trayectorias no viables asociadas a endeudamiento explosivo (juegos de Ponzi).

Económicamente: acumular capital que nunca se consume no puede ser óptimo, porque el planificador podría aumentar el bienestar consumiendo parte de ese stock.

Es la condición que, junto con la dinámica de fase, selecciona la senda de silla como única trayectoria de equilibrio.

Ejercicio 2 — Tasa de ahorro óptima

ENUNCIADO

Un planificador maximiza $U = \ln(C_1) + \beta \ln(C_2)$ con $\beta = 0,90$ y tecnología Cobb–Douglas con $\alpha = 0,4$.

Calcule la tasa de ahorro óptima s^* .

SOLUCIÓN

$$s^* = \frac{\beta\alpha}{1 + \beta\alpha} = \frac{(0.90)(0.4)}{1 + (0.90)(0.4)}$$

$$s^* = \frac{0.36}{1.36} \approx 0.2647$$

La economía ahorra e invierte **26,5% del producto del primer período**, y ese porcentaje no fue impuesto: emerge de las preferencias y de la tecnología.

Contraste con Solow, donde el mismo 26,5% habría sido un supuesto.

Ejercicio 3 — Shock tecnológico en A

ENUNCIADO

Con los parámetros del ejercicio anterior ($\beta = 0,90$ y $\alpha = 0,4$), suponga que el nivel tecnológico A **se duplica**.

¿Cambia la tasa de ahorro óptima s^* ? ¿Cambia el stock de capital K_2 ?

SOLUCIÓN

La tasa de ahorro no cambia: $s^* = \beta\alpha/(1+\beta\alpha)$ depende únicamente de β y α , no del nivel tecnológico.

$$s^* = 0.2647 \quad (\text{invariante ante } A)$$

El capital sí aumenta, porque se ahorra la misma fracción de un producto mayor:

$$K_2 = s^* Y_1 \quad \text{y} \quad Y_1 = AK_1^\alpha \uparrow$$

Con utilidad logarítmica, los efectos ingreso y sustitución de una mayor productividad se cancelan exactamente sobre la tasa de ahorro.

Ejercicio 4 — Más impaciencia

ENUNCIADO

Si el factor de descuento cae a $\beta = 0,50$ (agentes mucho más impacientes), manteniendo $\alpha = 0,4$, calcule la nueva tasa de ahorro óptima.

Interprete el resultado respecto del ejercicio 2.

SOLUCIÓN

$$s^* = \frac{(0.50)(0.4)}{1 + (0.50)(0.4)} = \frac{0.20}{1.20} \approx 0.1667$$

La tasa de ahorro cae de **26,5% a 16,7%**: una sociedad más impaciente sacrifica menos consumo presente y acumula menos capital.

Ésta es la contraparte analítica de la evidencia sobre paciencia y desarrollo del recuadro de Falk et al. (2018): diferencias en β generan diferencias persistentes en ahorro, capital e ingreso.

Ejercicio 5 — Estado estacionario en el modelo OLG

ENUNCIADO

En el modelo de Diamond, el capital de estado estacionario está dado por

$$k^* = \left[\frac{\beta(1 - \alpha)}{(1 + n)(1 + \beta)} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha}}$$

Si $\alpha = 0,3$, la población no crece ($n = 0$) y $\beta = 1$ (agentes pacientes), calcule k^* .

SOLUCIÓN

$$k^* = \left[\frac{1(1 - 0.3)}{(1 + 0)(1 + 1)} \right]^{\frac{1}{0.7}} = \left[\frac{0.7}{2} \right]^{1.428}$$
$$k^* = 0.35^{1.428} \approx 0.233$$

A diferencia de Ramsey, aquí el stock de capital depende vitalmente de **la fracción del ingreso que va a los trabajadores** ($1 - \alpha = 0,7$), porque sólo los jóvenes perciben salarios y ahorran para el futuro de la economía.

Ejercicio: verifique que un aumento de n reduce k^ , porque el mismo ahorro debe dotar de capital a más jóvenes.*

Síntesis del Módulo III

El ahorro es ahora una elección; el capital es el activo cuyo retorno cierra el modelo.

Lo que hemos construido

- **Ramsey en dos períodos:** $s^* = \beta\alpha/(1+\beta\alpha)$ — el ahorro emerge de preferencias y tecnología.
- **RCK:** la Euler continua $\dot{c}/c = (1/\sigma)(f'(k) - \delta - \rho)$, la TVC y la senda de silla.
- **Estado estacionario óptimo:** $f'(k) = \rho + \delta$, con k menor que el de la Regla de Oro.
- **OLG de Diamond:** con vidas finitas la Equivalencia Ricardiana falla, puede haber ineficiencia dinámica y las pensiones tienen efectos macroeconómicos reales.

Hacia el Módulo IV

EL SIGUIENTE PASO

Tenemos la decisión de ahorro (Módulos I y III) y el precio del riesgo (Módulo II), pero el modelo aún no tiene **fluctuaciones**: no hay shocks ni oferta laboral.

El modelo RBC añade exactamente eso: un shock de productividad z_t y una decisión intratemporal trabajo–ocio. Con ello, la misma arquitectura pasa de explicar el crecimiento a explicar el ciclo económico.





MÓDULO IV

El Modelo de Ciclos Económicos Reales (RBC)

Basado en el Capítulo 10 del libro: «El Modelo de Ciclos Económicos Reales (RBC)»

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Formular un modelo de equilibrio general dinámico con hogares, firmas y shocks reales.
- Derivar la condición intratemporal (oferta laboral) y la intertemporal (ahorro/inversión).
- Explicar la mecánica de propagación de un shock tecnológico y su persistencia.
- Evaluar los éxitos cuantitativos del modelo frente a los hechos estilizados del ciclo.
- Discutir críticamente la neutralidad del dinero y la evidencia sobre horas trabajadas.
- Construir el puente hacia los modelos Neokeynesianos (NK-DSGE).

CLASES

Clase 9

El equilibrio dinámico competitivo

Clase 10

Propagación, evidencia y crítica

CLASE

9

Módulo IV · Ciclos Reales

La macroeconomía como equilibrio dinámico

Las fluctuaciones agregadas como respuesta óptima de hogares y firmas ante shocks reales de productividad.

AGENDA DE LA CLASE

- 1 Los tres pilares que ya construimos y que ahora se integran
- 2 El hogar representativo: consumo y ocio
- 3 Firms, tecnología y precios factoriales competitivos
- 4 Restricción de recursos y acumulación de capital
- 5 La **condición intratemporal**: oferta de trabajo
- 6 La **condición intertemporal**: ecuación de Euler con retorno del capital



El paso decisivo hacia la macroeconomía moderna

La idea central es simple pero poderosa: las fluctuaciones pueden interpretarse como la respuesta óptima de agentes racionales ante shocks reales.

Este capítulo integra tres pilares

- 1 **Tecnología y acumulación de capital** (Solow–Ramsey, Módulo III).
- 2 **Decisión intertemporal y suavización del consumo** (Fisher, Módulo I; Euler estocástica, Módulo II).
- 3 **Equilibrio general**: precios y cantidades ajustan para vaciar los mercados en todo momento.

El RBC se consolida con el giro cuantitativo de los años 1980. La contribución seminal de Kydland y Prescott (1982) muestra cómo un modelo neoclásico con fricciones mínimas y shocks de productividad puede reproducir hechos estilizados básicos del ciclo.

LA DISCIPLINA QUE IMPONE LA CRÍTICA DE LUCAS

La evaluación de políticas debe basarse en **parámetros estructurales** —preferencias, tecnología, restricciones— y no en relaciones de forma reducida que cambian cuando la política cambia.

Por eso el RBC no postula funciones de consumo o inversión: las deriva de problemas de optimización.

Presentamos primero un RBC de dos períodos como dispositivo pedagógico, y luego mostramos cómo se generaliza a DSGE con shocks persistentes.



Los padres de la macroeconomía cuantitativa

RECUADRO · CONTEXTO HISTÓRICO

Finn Kydland y Edward Prescott (Nobel 2004)

En su artículo seminal *Time to Build and Aggregate Fluctuations* (1982) demostraron que un modelo con agentes optimizadores y shocks de productividad podía **replicar las correlaciones y volatilidades observadas** en los datos reales de EE.UU.

Su trabajo eliminó la distinción tajante entre la teoría del crecimiento y la teoría de los ciclos.

Robert E. Lucas Jr. (Nobel 1995)

Aunque no formuló el RBC directamente, su Crítica de Lucas y su llamado a microfundamentar la macroeconomía **proveyeron el sustento intelectual** para que el enfoque RBC se convirtiera en el estándar de la disciplina.

La misma exigencia metodológica que motivó el Módulo II: modelos con expectativas racionales y parámetros invariantes a la política.



Estructura del modelo: hogares, firmas y mercados

La novedad respecto del Módulo III es que el hogar ahora elige también cuánto trabajar.

Hogar representativo

Con $L_t \in [0,1]$ las horas trabajadas y $(1 - L_t)$ el ocio:

$$\max u(C_1) + \psi v(1 - L_1) + \beta \mathbb{E} [u(C_2) + \psi v(1 - L_2)]$$

$$u(C) = \ln C, \quad v(1 - L) = \ln(1 - L)$$

donde $\psi > 0$ pondera el valor del ocio.

Firmas y tecnología

$$Y_t = z_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$$

Bajo competencia perfecta, los factores reciben sus productos marginales:

$$w_t = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{L_t}, \quad r_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t}$$

Restricción de recursos y capital

$$C_1 + K_2 = z_1 K_1^\alpha L_1^{1-\alpha} + (1 - \delta) K_1$$

$$C_2 = z_2 K_2^\alpha L_2^{1-\alpha} + (1 - \delta) K_2$$

La inversión es el vínculo intertemporal: $I_1 = K_2 - (1 - \delta) K_1$.



Derivación 27 · El problema del hogar con ocio: las tres condiciones

Ahora el hogar elige dos cosas a la vez: cuánto consumir en el tiempo y cuánto trabajar en cada momento.

- 1 **El problema completo.** Dos períodos, consumo y ocio en ambos, con restricción de recursos y capital.

$$\max_{C_1, L_1, K_2} \ln C_1 + \psi \ln(1 - L_1) + \beta \mathbb{E}_1 [\ln C_2 + \psi \ln(1 - L_2)]$$

- 2 **Restricciones.** El producto se reparte entre consumo e inversión; el capital se deprecia a tasa δ .

$$C_1 + K_2 = z_1 K_1^\alpha L_1^{1-\alpha} + (1 - \delta)K_1, \quad C_2 = z_2 K_2^\alpha L_2^{1-\alpha} + (1 - \delta)K_2$$

- 3 **Lagrangiano** con un multiplicador por restricción de recursos.

$$\mathcal{L} = \ln C_1 + \psi \ln(1 - L_1) + \beta \mathbb{E}_1 [\cdot] + \lambda_1 [w_1 L_1 + r_1 K_1 + (1 - \delta)K_1 - C_1 - K_2]$$

- 4 **CPO en consumo y en trabajo.** La segunda iguala el costo marginal del esfuerzo al salario valorado en utilidad.

$$\frac{1}{C_1} = \lambda_1, \quad \frac{\psi}{1 - L_1} = \lambda_1 w_1$$

- 5 **Condición intratemporal.** Divida una por otra: es una decisión **dentro** del período, no entre períodos.

$$\boxed{\frac{\psi}{1 - L_1} = \frac{w_1}{C_1}} \quad (\text{TMS ocio-consumo} = \text{salario real})$$

- 6 **CPO en capital: condición intertemporal.** Es la Euler del Módulo III, ahora con esperanza y depreciación.

$$\frac{1}{C_1} = \beta \mathbb{E}_1 \left[\frac{1}{C_2} \left(\alpha \frac{Y_2}{K_2} + 1 - \delta \right) \right]$$

Todo el RBC son estas dos ecuaciones: una gobierna el margen **intensivo** del trabajo, la otra la acumulación de capital.



Derivación 28 · Precios factoriales: de dónde salen w y r

En el RBC los precios no se suponen: los produce la maximización de beneficios en mercados competitivos.

- 1 **Problema de la firma representativa.** Toma w y r como dados y elige factores.

$$\max_{K_t, L_t} \Pi_t = z_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - w_t L_t - r_t K_t$$

- 2 **CPO en trabajo.** El salario real iguala al producto marginal del trabajo.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = (1 - \alpha) z_t K_t^\alpha L_t^{-\alpha} - w_t = 0 \implies w_t = (1 - \alpha) \frac{Y_t}{L_t}$$

- 3 **CPO en capital.** La tasa de arriendo iguala al producto marginal del capital.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = \alpha z_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} - r_t = 0 \implies r_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t}$$

- 4 **Agotamiento del producto (teorema de Euler).** Con rendimientos constantes a escala, los pagos agotan el ingreso.

$$w_t L_t + r_t K_t = (1 - \alpha) Y_t + \alpha Y_t = Y_t \implies \Pi_t = 0$$

- 5 **Participaciones factoriales constantes.** La Cobb–Douglas impone que las participaciones no dependan del ciclo.

$$\frac{w_t L_t}{Y_t} = 1 - \alpha \approx 0,65, \quad \frac{r_t K_t}{Y_t} = \alpha \approx 0,35$$

- 6 **Retorno bruto del ahorro.** Es lo que entra en la ecuación de Euler del hogar.

$$R_{t+1} = r_{t+1} + 1 - \delta = \alpha \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}} + 1 - \delta$$

Este es el sentido preciso de «beneficio cero»: no hay rentas, y por eso podemos estudiar un único hogar dueño de todo el capital.



Las dos condiciones de optimalidad del RBC

Toda la intuición del modelo se organiza en torno a estas dos ecuaciones.

1. Oferta de trabajo (condición intratemporal)

Iguala la tasa marginal de sustitución entre ocio y consumo con el salario real:

CONDICIÓN INTRATEMPORAL

$$\psi \frac{1}{1 - L_1} = \frac{w_1}{C_1}$$

Un aumento de z_1 eleva w_1 vía mayor productividad, lo que incentiva a **sustituir ocio por trabajo**: el hogar tiende a aumentar L_1 .

2. Ahorro e inversión (ecuación de Euler)

Compara el beneficio marginal de consumir hoy con el retorno esperado de ahorrar e invertir:

CONDICIÓN INTERTEMPORAL

$$\frac{1}{C_1} = \beta \mathbb{E} \left[\frac{1}{C_2} R_2 \right], \quad R_2 \equiv \alpha \frac{Y_2}{K_2} + (1 - \delta)$$

Si el retorno esperado del capital aumenta —por ejemplo, ante un shock positivo de productividad futura— el hogar eleva K_2 , reduciendo consumo presente para elevar consumo futuro.

Nótese que ésta es exactamente la ecuación $1 = E[mR]$ del Módulo II, con el capital como activo y $R = \alpha Y/K + 1 - \delta$ como su retorno bruto.



Derivación 29 · Una solución cerrada del RBC (log-utilidad y $\delta = 1$)

Caso de Brock–Mirman: el único RBC que se resuelve con lápiz y papel. Sirve para verificar la intuición del modelo completo.

- 1 **Los dos supuestos simplificadores.** Utilidad logarítmica y depreciación total en un período.

$$u(C) = \ln C + \psi \ln(1 - L), \quad \delta = 1 \implies K_{t+1} = Y_t - C_t$$

- 2 **Conjeture una regla lineal:** el capital de mañana es una fracción constante del producto de hoy.

$$K_{t+1} = s Y_t \implies C_t = (1 - s) Y_t$$

- 3 **Sustituya en la Euler** con $\delta = 1$, usando $R_{t+1} = \alpha Y_{t+1}/K_{t+1}$.

$$\frac{1}{(1-s)Y_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{(1-s)Y_{t+1}} \cdot \frac{\alpha Y_{t+1}}{s Y_t} \right]$$

- 4 **Todo lo aleatorio se cancela:** Y_{t+1} aparece arriba y abajo. La conjetura se verifica.

$$1 = \frac{\beta \alpha}{s} \implies s = \alpha \beta \implies K_{t+1} = \alpha \beta Y_t, \quad C_t = (1 - \alpha \beta) Y_t$$

- 5 **Ahora el trabajo.** Use la condición intratemporal con $w_t = (1-\alpha)Y_t/L_t$ y el consumo recién hallado.

$$\frac{\psi}{1 - L_t} = \frac{(1 - \alpha)Y_t/L_t}{(1 - \alpha \beta)Y_t} = \frac{1 - \alpha}{(1 - \alpha \beta)L_t}$$

- 6 **Oferta laboral de equilibrio.** Constante: el producto se cancela y el shock z no mueve las horas.

$$L^* = \frac{1 - \alpha}{(1 - \alpha) + \psi(1 - \alpha \beta)}$$

Note el resultado incómodo: en este caso extremo las horas **no responden** al shock. Los efectos ingreso y sustitución se cancelan exactamente — el modelo necesita $\delta < 1$ para generar dinámica en el empleo.



Taller en clase · Mecánica del equilibrio RBC

Tres ejercicios sobre las dos condiciones de optimalidad. Todos se resuelven sustituyendo funciones explícitas.

TRABAJE EN PAREJAS · 15 MINUTOS

- 1 Con $\alpha = 0,33$, $\beta = 0,96$ y $\psi = 2$, calcule la tasa de inversión K_2/Y_1 y el nivel de horas L^* del caso con $\delta = 1$.
- 2 Muestre que si $\psi = 0$ (el ocio no entra en la utilidad) la oferta laboral se vuelve $L = 1$: el hogar trabaja todo el tiempo disponible. ¿Qué le pasa entonces al mecanismo de amplificación del modelo?
- 3 En el equilibrio competitivo, el hogar recibe $wL + rK$. Verifique con Cobb–Douglas que esa suma agota exactamente el producto y explique por qué eso permite tratar al hogar como dueño de la firma.

Qué debe reconocer en cada caso

- **Problema 1:** $K_2/Y_1 = \alpha\beta = 0,3168$ (31,7% del producto) y $L^* = (1-\alpha)/[(1-\alpha) + \psi(1-\alpha\beta)] = 0,67/[0,67 + 2(0,683)] = 0,329$.
- **Problema 2:** con $\psi = 0$ la condición intratemporal desaparece y la oferta laboral es vertical en $L = 1$. Sin margen laboral, un shock de 1% produce exactamente 1% de producto: el multiplicador cae a uno.
- **Problema 3:** $wL + rK = (1-\alpha)Y + \alpha Y = Y$ por el teorema de Euler para funciones homogéneas de grado 1. El beneficio es cero, así que ser dueño de la firma no agrega ingreso alguno.

ADVERTENCIA DE MÉTODO

La solución cerrada existe **sólo** con $\delta = 1$ y utilidad logarítmica. Con calibraciones realistas ($\delta \approx 0,025$ trimestral) el modelo requiere solución numérica: ahí empieza el trabajo computacional del DSGE.



Definición formal de equilibrio competitivo dinámico

Antes de simular, hay que decir con precisión qué objeto matemático estamos buscando. Ésta es la definición que se usa en todos los papers de DSGE.

El equilibrio es una lista de tres cosas

- 1 **Una asignación:** secuencias de consumo, trabajo, capital e inversión, C_t, L_t, K_{t+1}, I_t , contingentes a la historia de shocks.
- 2 **Un sistema de precios:** secuencias de salario real y tasa de arriendo del capital, w_t, r_t .
- 3 **Un proceso exógeno** para la productividad, z_t , con su ley de movimiento conocida por todos los agentes.

Tales que se cumplen cuatro condiciones

- **Optimización del hogar:** la asignación resuelve el problema de utilidad esperada tomando los precios como dados.
- **Optimización de la firma:** los factores maximizan beneficios período a período.
- **Vaciado de mercados:** trabajo, capital y bienes se equilibran en todo momento y en todo estado.
- **Consistencia de expectativas:** las creencias sobre la distribución futura coinciden con la distribución que el propio equilibrio genera.

Las condiciones de vaciado, explícitas

$$\text{Trabajo: } L_t^d = L_t^s$$

$$\text{Capital: } K_t^d = K_t^s$$

$$\text{Bienes: } C_t + I_t = Y_t$$

$$\text{Capital: } K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

LEY DE WALRAS

Si los mercados de trabajo y capital se vacían y las restricciones presupuestarias se cumplen, el mercado de bienes se vacía **automáticamente**. Una de las cuatro ecuaciones es redundante: por eso al resolver el modelo se descarta una.

POR QUÉ IMPORTA ESTA FORMALIDAD

Las «expectativas racionales» aparecen aquí como una condición de **consistencia interna** del equilibrio, no como un supuesto sobre la psicología de los agentes: nadie comete errores sistemáticos porque el modelo no lo permitiría en equilibrio.



Shock tecnológico positivo: el producto marginal del trabajo

Con competencia perfecta, $w = MPL$. Si z sube, el MPL sube para todo L y eleva el salario real.

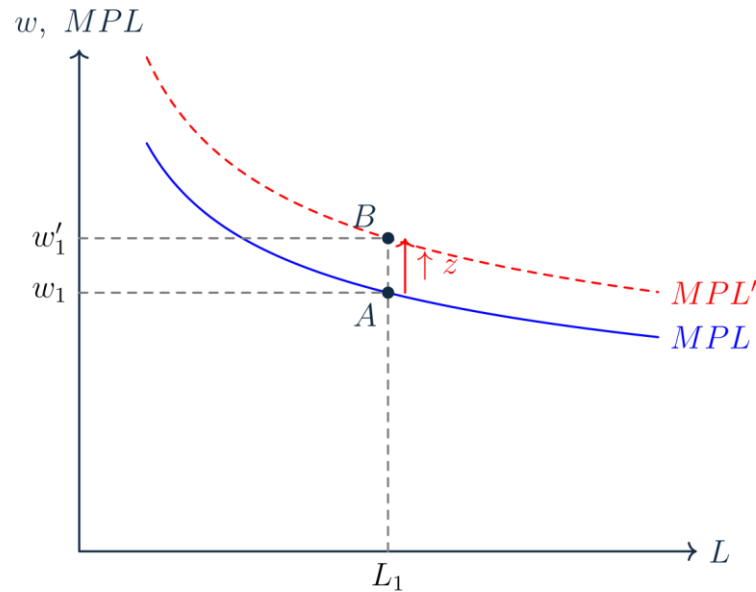


Figura del Capítulo 10: $MPL = (1 - \alpha)zK^\alpha L^{1-\alpha}$, con $\alpha = 0,3$.

Lectura económica

- El alza del salario real genera incentivos a **aumentar la oferta laboral** (condición intratemporal).
- Simultáneamente eleva el **retorno del capital** (Euler), impulsando la inversión.
- El consumo sube, pero **menos que el ingreso**, porque parte del shock se transforma en inversión: es la suavización del Módulo I operando dentro del ciclo.

PERSISTENCIA: LA VERSIÓN DSGE

Para conectar con el RBC canónico se modela la productividad como un proceso AR(1):

$$\ln z_t = \rho \ln z_{t-1} + \varepsilon_t, \quad |\rho| < 1$$

Esto genera dinámica persistente en Y , C , I y L aun cuando preferencias y tecnología son estables.

CLASE

10

Módulo IV · Ciclos Reales

Propagación, evidencia y crítica

Cuánto amplifica el modelo un shock, qué momentos del ciclo reproduce y dónde falla. Cierre del Módulo IV.

AGENDA DE LA CLASE

- 1 Ejemplo resuelto: el impacto cuantitativo de un shock tecnológico
- 2 Los hechos estilizados del ciclo y el éxito cuantitativo del RBC
- 3 ¿Qué es una recesión? RBC frente a IS–LM
- 4 La crítica empírica: shocks tecnológicos y horas trabajadas (Galí, 1999)
- 5 El puente hacia los modelos Neokeynesianos de tres ecuaciones
- 6 **Cinco ejercicios resueltos** de la guía del Capítulo 10



El impacto de un shock tecnológico

EJEMPLO RESUELTO DEL LIBRO

Con $Y = zK^\alpha L^{1-\alpha}$, $\alpha = 1/3$, capital fijo en el impacto, y elasticidad de Frisch $\phi = 1$ (de modo que $\hat{L} = \phi \hat{w}$). Un shock positivo eleva z en 1%.

Log-diferenciando el producto y el salario $w = (1-\alpha)Y/L$ con K fijo:

$$\hat{Y} = \hat{z} + (1 - \alpha)\hat{L}, \quad \hat{w} = \hat{z} - \alpha\hat{L}$$

Respuesta en el impacto

$$\hat{L} = \frac{\phi \hat{z}}{1 + \phi \alpha} = \frac{1}{1 + 1/3} = 0.75\%$$

$$\hat{Y} = 1 + \frac{2}{3}(0.75) = 1.5\%$$

$$\hat{w} = 1 - \frac{1}{3}(0.75) = 0.75\%$$

Un shock de 1% eleva el producto en **1,5%**: la ganancia directa de productividad se **amplifica** porque salarios reales más altos atraen más horas.

Esta respuesta del trabajo es el corazón de la propagación en el RBC, y la razón por la cual el signo de la respuesta empírica de las horas es tan discutido.

Derivación 30 · Log-linealización: cómo se obtiene el «0,75%» del ejemplo

La técnica estándar para resolver modelos DSGE: convertir ecuaciones no lineales en desviaciones porcentuales.

- 1 **Notación.** Un «sombbrero» denota desviación porcentual respecto del estado estacionario.

$$\hat{x} \equiv \frac{X - \bar{X}}{\bar{X}} \approx \ln X - \ln \bar{X}$$

- 2 **Función de producción.** Tome logaritmos y diferencie; el capital está **dado** en el impacto ($\hat{K}=0$).

$$\ln Y = \ln z + \alpha \ln K + (1 - \alpha) \ln L \implies \hat{Y} = \hat{z} + (1 - \alpha) \hat{L}$$

- 3 **Salario real.** Con $w = (1 - \alpha)zK^{\alpha}L^{1-\alpha}$, el mismo procedimiento entrega:

$$\hat{w} = \hat{z} - \alpha \hat{L}$$

- 4 **Oferta de trabajo.** La condición intratemporal, log-linealizada, define la elasticidad de Frisch φ .

$$\hat{L} = \varphi (\hat{w} - \hat{C}) \approx \varphi \hat{w} \quad (\text{en el impacto})$$

- 5 **Resuelva el sistema.** Sustituya $\hat{w}$ en la oferta laboral y despeje.

$$\hat{L} = \varphi (\hat{z} - \alpha \hat{L}) \implies \hat{L} = \frac{\varphi}{1 + \varphi \alpha} \hat{z}$$

- 6 **Aplique los números del ejemplo:** $\varphi = 1$, $\alpha = 1/3$ y un shock de 1%.

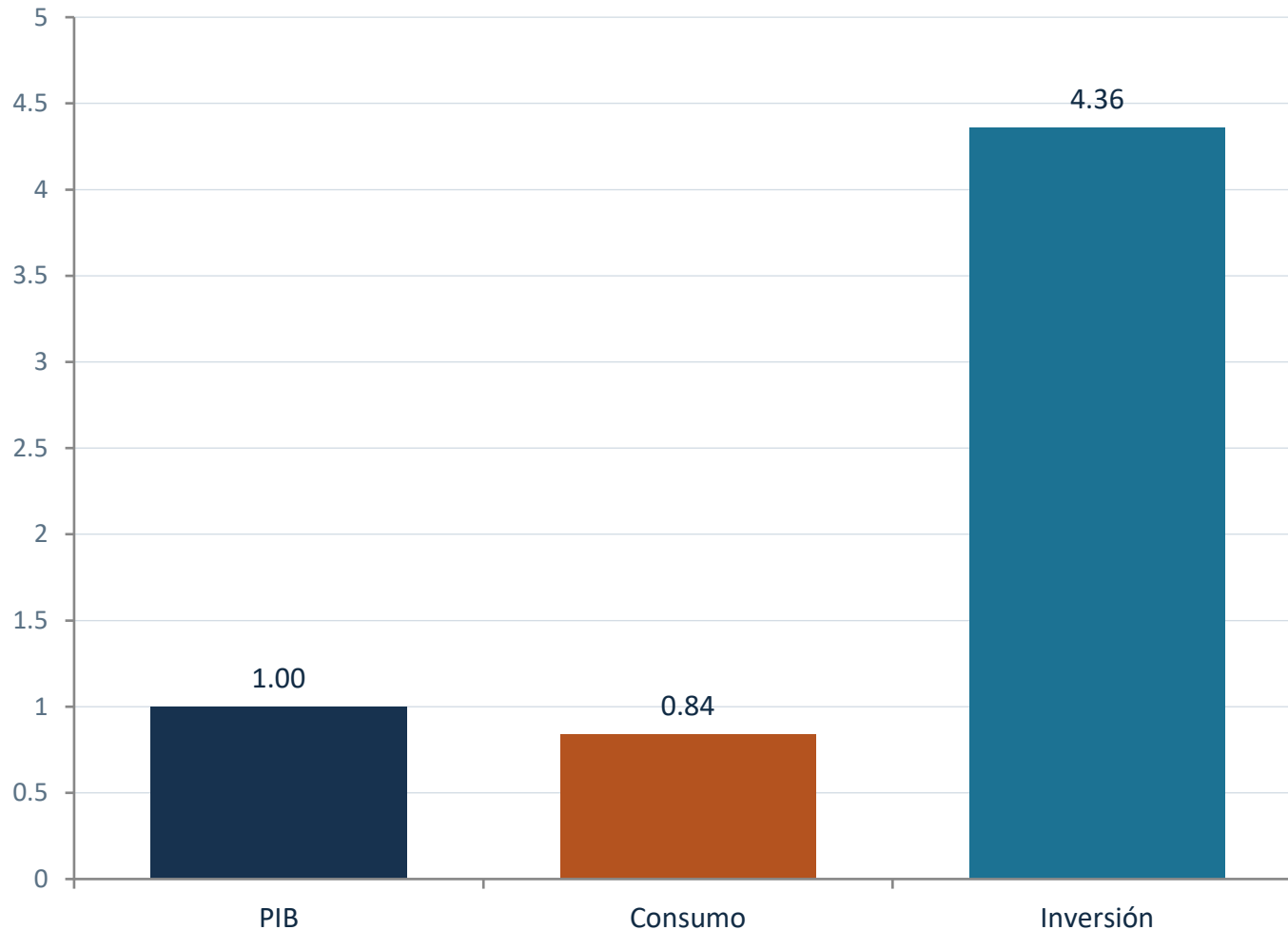
$$\hat{L} = \frac{1}{1 + 1/3} (1\%) = 0,75\%, \quad \hat{Y} = 1\% + \frac{2}{3} (0,75\%) = 1,5\%, \quad \hat{w} = 0,75\%$$

La amplificación (1% de shock $\Rightarrow$ 1,5% de producto) viene enteramente del margen laboral: sin respuesta de horas, el multiplicador sería 1.



Los momentos del ciclo que el modelo debe replicar

Volatilidad relativa del componente cíclico (filtro HP, en logaritmos) respecto del PIB. Fuente: FRED GDPC1, PCECC96, GPDIC1 (Figura del Capítulo 1).



Tres hechos estilizados

- 1 El consumo es menos volátil que el producto:** cerca del 70–85% de la volatilidad del PIB.
- 2 La inversión es hipersensible:** de tres a cuatro veces más volátil que el producto.
- 3 El empleo es fuertemente procíclico:** sube en expansiones y cae en recesiones.

Al simular su modelo impulsado únicamente por shocks de PTF, Kydland y Prescott replicaron casi a la perfección estos momentos: el consumo resulta suave porque los agentes de la ecuación de Euler odian la volatilidad, y la inversión fluctúa mucho porque los hogares absorben el shock ahorrando y desahorrando para proteger su consumo.

¿Qué es una recesión?

RECUADRO · INTUICIÓN COMPARATIVA

En el modelo IS–LM (keynesiano)

Una recesión es una **falla de demanda**. Una caída en la confianza desplaza la IS a la izquierda; el producto cae por debajo de su nivel potencial porque los precios son rígidos y no ajustan instantáneamente.

El dinero **no** es neutral y la intervención estatal —gasto o baja de tasas— es necesaria para devolver la demanda al pleno empleo.

En el modelo RBC (clásico dinámico)

Una recesión es un **fenómeno de oferta**: un shock negativo en la frontera tecnológica reduce la productividad marginal de los factores. Es **óptimo** que los agentes trabajen e inviertan menos, porque el retorno de su esfuerzo cayó genuinamente.

Con precios flexibles, el producto observado coincide siempre con el producto natural.

Conclusión de política: en el mundo RBC el dinero es neutral y la intervención no sólo es inefectiva, sino potencialmente perjudicial al distorsionar una adaptación eficiente.



Shocks tecnológicos y horas trabajadas (Galí, 1999)

RECUADRO · CRÍTICA EMPÍRICA

La predicción del RBC puro

Cuando la tecnología mejora, el producto marginal del trabajo aumenta, los salarios reales suben y los hogares sustituyen ocio por trabajo. El modelo predice que un shock tecnológico positivo debería elevar simultáneamente producción, inversión **y horas trabajadas**.

La evidencia

Galí (1999), usando un VAR estructural con identificación de largo plazo, encuentra que ante un shock tecnológico positivo **las horas trabajadas pueden caer inicialmente** en lugar de aumentar.

La lectura

Si una mejora tecnológica permite producir más con menos trabajo en el corto plazo, una caída inicial de las horas es plausible **en presencia de demanda insuficiente o precios que no se ajustan instantáneamente**.

Esto debilita la interpretación del RBC puro como descripción completa del ciclo y empuja hacia modelos **Nuevo Keynesianos DSGE**, donde la demanda agregada, las rigideces nominales y la política monetaria importan para la transmisión del shock.

El debate no elimina el aporte del RBC: muestra que el bloque real debe complementarse con fricciones.



El puente hacia los modelos Neokeynesianos (NK-DSGE)

Mismas ecuaciones de hogares y firmas, más rigideces nominales: el modelo de tres ecuaciones.

Dos limitaciones conocidas del RBC

- **Los shocks tecnológicos como motor dominante:** empíricamente, parte importante de las recesiones se asocia a fricciones financieras, shocks de demanda o fallas de coordinación.
- **Ausencia de nominalidades:** si precios y salarios son perfectamente flexibles, la política monetaria es neutral y no estabiliza el producto.

El RBC se entiende mejor como el bloque real sobre el cual se construye el NK-DSGE.

El modelo de tres ecuaciones

$$\text{IS dinámica: } x_t = \mathbb{E}_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] - r_t^n) + \epsilon_t^d$$

$$\text{NKPC: } \pi_t = \beta \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t + e_t^s$$

$$\text{Regla de Taylor: } i_t = \bar{i} + \phi_\pi(\pi_t - \pi^*) + \phi_x x_t + \eta_t$$

- La IS dinámica **es** la ecuación de Euler del consumo del Módulo I, log-linealizada.
- La NKPC se microfundamenta con fijación escalonada de precios a la Calvo.
- El Principio de Taylor ($\phi_\pi > 1$) es lo que ancla las expectativas — y nos lleva directo al Módulo V.

Derivación 31 · De la Euler del RBC a la curva IS dinámica neokeynesiana

La primera de las tres ecuaciones del modelo NK no es nueva: es la Euler del Módulo I, log-linealizada.

- 1 **Punto de partida.** La ecuación de Euler con utilidad CRRA y retorno bruto real R_{t+1} .

$$C_t^{-\sigma} = \beta \mathbb{E}_t [R_{t+1} C_{t+1}^{-\sigma}]$$

- 2 **Tome logaritmos** de ambos lados (bajo log-normalidad, la esperanza pasa dentro salvo un término constante).

$$-\sigma \ln C_t = \ln \beta + \mathbb{E}_t [\ln R_{t+1}] - \sigma \mathbb{E}_t [\ln C_{t+1}] + \text{cte.}$$

- 3 **Expresa en desviaciones** del estado estacionario y despeja el consumo corriente.

$$\hat{c}_t = \mathbb{E}_t [\hat{c}_{t+1}] - \frac{1}{\sigma} (r_t - \rho), \quad \rho = -\ln \beta$$

- 4 **Descomponga la tasa real** con la relación de Fisher: nominal menos inflación esperada.

$$r_t = i_t - \mathbb{E}_t [\pi_{t+1}]$$

- 5 **Cierre con la restricción de recursos** (hat $c_t = x_t$, la brecha de producto, en el modelo básico sin capital).

$$x_t = \mathbb{E}_t [x_{t+1}] - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t [\pi_{t+1}] - r_t^n)$$

- 6 **Interpretación.** La política monetaria mueve la demanda porque mueve la **tasa real**, es decir, el precio intertemporal del consumo.

$$i_t \uparrow \text{ con } \mathbb{E}_t [\pi_{t+1}] \text{ dado} \implies r_t \uparrow \implies x_t \downarrow$$

Las otras dos ecuaciones del NK (curva de Phillips y regla de Taylor) requieren precios rígidos: eso es lo único que el RBC no tiene.



Ejercicio 1 — Productividad marginal y salario real

ENUNCIADO

Economía RBC con $Y = zK^\alpha L^{1-\alpha}$. Parámetros observados: $z_1 = 2$, $K_1 = 100$, $\alpha = 0,3$ y $L_1 = 400$.

Calcule el nivel de producción y el salario real de equilibrio.
¿Qué sucede si un shock tecnológico eleva z_1 a 2,2?

SOLUCIÓN

$$Y_1 = 2 (100)^{0.3} (400)^{0.7} \approx 527.7$$

Bajo competencia perfecta el salario iguala el producto marginal del trabajo:

$$w_1 = (1 - \alpha) \frac{Y_1}{L_1} = 0.7 \frac{527.7}{400} \approx 0.923$$

Con el shock ($z_1 = 2,2$, un alza de 10%), la producción sube proporcionalmente a $\approx 580,4$ y el salario a:

$$w'_1 = 0.7 \frac{580.4}{400} \approx 1.015$$

El shock desplaza la demanda de trabajo hacia arriba y eleva el salario real; en el modelo completo, ese mayor salario incentiva más horas por efecto sustitución.

Ejercicio 2 — Oferta laboral interior

ENUNCIADO

Suponga $\psi = 1$, salario real $w = 20$ y consumo $C = 10$.

Usando la condición intratemporal $\psi/(1 - L) = w/C$, calcule las horas trabajadas L .

SOLUCIÓN

$$\frac{1}{1 - L} = \frac{20}{10} = 2$$
$$1 - L = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \frac{1}{2}$$

El hogar dedica **la mitad de su dotación de tiempo al trabajo**. La condición iguala el valor marginal del ocio con lo que el mercado paga por una hora adicional, medido en unidades de consumo.

Verifique la estática comparativa: si w sube (o si C cae), el lado derecho crece y L aumenta.

Ejercicio 3 — Precios factoriales

ENUNCIADO

Con $Y = zK^{0,3} L^{0,7}$, $z = 2$, $K = 100$ y $L = 50$, calcule Y , el salario real w y el retorno del capital r .

SOLUCIÓN

$$Y = 2 (100)^{0.3} (50)^{0.7} \approx 123.1$$

$$w = (1 - \alpha) \frac{Y}{L} = 0.7 \frac{123.1}{50} \approx 1.724$$

$$r = \alpha \frac{Y}{K} = 0.3 \frac{123.1}{100} \approx 0.369$$

Verificación de agotamiento del producto: $wL + rK = 86,2 + 36,9 \approx 123,1 = Y$, como exige la Cobb–Douglas con rendimientos constantes a escala.

Compare con el Ejercicio 1: el mismo capital con menos trabajo eleva w y reduce r .



Ejercicio 4 — Euler y crecimiento del consumo

ENUNCIADO

En un caso determinístico, la ecuación de Euler se reduce a $C_2/C_1 = \beta R_2$.

Si $\beta = 0,96$ y R_2 aumenta de 1,02 a 1,10, compare C_2/C_1 antes y después del shock e interprete.

SOLUCIÓN

$$\left. \frac{C_2}{C_1} \right|_{R_2=1.02} = 0.96(1.02) = 0.9792$$

$$\left. \frac{C_2}{C_1} \right|_{R_2=1.10} = 0.96(1.10) = 1.056$$

Antes del shock el perfil de consumo era **decreciente** (la impaciencia dominaba al retorno). Tras el alza del retorno del capital, el perfil pasa a ser **creciente**: el hogar reduce consumo hoy, invierte más y consume 5,6% más mañana.

Éste es el canal de sustitución intertemporal que convierte un shock de productividad futura en un auge de inversión presente.

Ejercicio 5 — Persistencia del shock

ENUNCIADO

La productividad sigue el proceso AR(1) $\ln z_t = \rho \ln z_{t-1} + \varepsilon_t$, con $\rho = 0,9$ y un shock $\varepsilon_t = 0,1$.

¿Cuál es el componente esperado de $\ln z_{t+2}$ proveniente del shock en t ?

SOLUCIÓN

$$\rho^2 \varepsilon_t = (0.9)^2(0.1) = 0.081$$

Dos períodos después, **el 81% del impulso original sigue presente**. Esa persistencia es lo que permite que un shock puntual genere un ciclo prolongado en producto, consumo, inversión y horas.

Con ρ cercano a 1 el modelo genera ciclos largos; con ρ pequeño, los efectos se disipan de inmediato y no hay ciclo reconocible.

Síntesis del Módulo IV

El mismo aparato de los Módulos I–III, ahora en equilibrio general con shocks.

Lo que hemos construido

- Un modelo donde consumo, trabajo, ahorro e inversión se determinan **simultáneamente** como respuesta óptima a shocks reales.
- Dos condiciones organizan todo: la **intratemporal** (ocio–consumo) y la **intertemporal** (Euler con retorno del capital).
- La propagación amplifica el shock: 1% de productividad genera 1,5% de producto en el impacto.
- El modelo replica bien los momentos del ciclo, pero falla en la respuesta del empleo y no deja espacio a la política monetaria.

Hacia el Módulo V

LA PREGUNTA QUE QUEDA ABIERTA

Si aceptamos que existen rigideces nominales y que la política monetaria **sí** tiene efectos reales, entonces la política deja de ser un problema de control óptimo aislado.

Cuando los agentes son prospectivos y actúan **antes** de observar la política efectiva, la macroeconomía se vuelve una **interacción estratégica** entre autoridad y sector privado. Ése es el objeto del Módulo V.





MÓDULO V

Dinámica de la política macroeconómica

Basado en el Capítulo 11 del libro: «Dinámica de la Política Macroeconómica»

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Comprender la política macroeconómica como una interacción estratégica con el sector privado.
- Formalizar el problema de inconsistencia temporal de Kydland y Prescott (1977).
- Derivar analíticamente el sesgo inflacionario a partir de la función de pérdida del Banco Central.
- Resolver el juego y caracterizar el Equilibrio de Nash discrecional.
- Evaluar reglas frente a discreción y el rol del diseño institucional.
- Analizar independencia del Banco Central, metas de inflación y anclas nominales alternativas.

CLASES

Clase 11

Inconsistencia temporal y sesgo inflacionario

Clase 12

Reglas, credibilidad e instituciones

CLASE

11

Módulo V · Política macroeconómica

Inconsistencia temporal y sesgo inflacionario

Cuando los agentes son prospectivos, la política deja de ser control óptimo y se convierte en un juego dinámico.

AGENDA DE LA CLASE

- ① Política, expectativas y credibilidad
- ② El teorema de Kydland y Prescott (1977)
- ③ Secuencia temporal del juego: anuncio, contratos y decisión
- ④ La tentación ex post y la respuesta racional del público
- ⑤ Formalización: función de pérdida del Banco Central y curva de Phillips
- ⑥ Derivación del **equilibrio discrecional** y del sesgo inflacionario



Política, expectativas y credibilidad

Los modelos tradicionales asumen implícitamente que el gobierno actúa de manera unilateral contra un entorno mecánico.

El giro de las expectativas racionales

Cuando los agentes son prospectivos y actúan **antes** de observar la política efectiva, la política económica deja de ser un problema de control óptimo aislado y se transforma en una **interacción estratégica** —un juego dinámico— entre las autoridades y el sector privado.

El hallazgo de Kydland y Prescott (1977)

Inconsistencia temporal: una política que el gobierno anuncia como óptima hoy puede dejar de ser óptima mañana, una vez que los agentes privados ya tomaron sus decisiones (fijaron salarios nominales, precios o contratos) basándose en esa promesa.

LA CONSECUENCIA PRÁCTICA

Si el público, actuando racionalmente, anticipa que la autoridad tendrá incentivos matemáticos para desviarse de su promesa ex post, **el anuncio ex ante pierde toda credibilidad.**

El equilibrio resultante es estrictamente inferior al que se obtendría si la autoridad pudiera comprometerse de forma inquebrantable.

La restricción que enfrenta la autoridad

$$\pi = \pi^e - \alpha (u - u_n), \quad \alpha > 0$$

α mide cuánto cae el desempleo cuando la inflación efectiva sorprende al alza respecto de la esperada.

Credibilidad y teoría de juegos

RECUADRO · CONTEXTO HISTÓRICO

Kydland y Prescott (Nobel 2004)

En su artículo fundacional de 1977 aplicaron la teoría de juegos a la política macroeconómica. Demostraron que las autoridades enfrentan un problema estructural de **inconsistencia temporal**.

La implicancia institucional

Si los Bancos Centrales no se atan de manos a reglas institucionales rígidas, siempre tendrán la tentación de inflar la economía para estimular el empleo a corto plazo. El mercado, al anticipar esa tentación discrecional, anula los efectos reales y **condena al país a un sesgo inflacionario**.

Su investigación impulsó el movimiento global hacia la independencia de los Bancos Centrales.



La mecánica del juego en tres puntos

Del anuncio creíble (A) a la tentación (B) y al equilibrio subóptimo con sesgo (C).

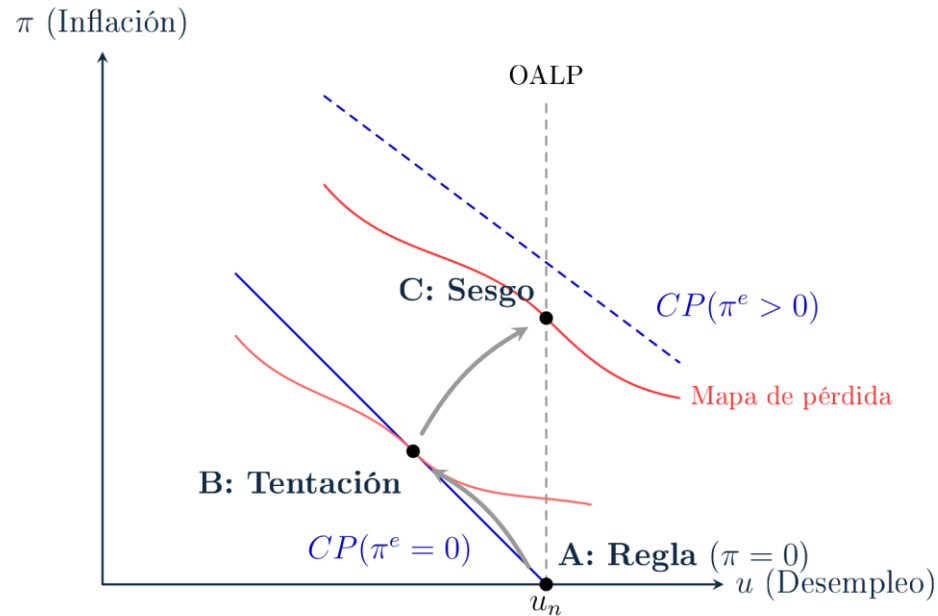


Figura del Capítulo 11: inconsistencia temporal, del compromiso de regla (A) al equilibrio de sesgo (C).

Punto A — Anuncio / Regla

El Banco Central anuncia inflación cero. Si el público le cree, fija sus contratos con $\pi^e = 0$ y el desempleo se ubica en su tasa natural: socialmente aceptable, pero no «ideal» para una autoridad que desearía menos desempleo.

Punto B — La tentación ex post

Con los salarios nominales ya firmados, generar una sorpresa inflacionaria reduce los salarios reales y lleva el desempleo por debajo de u_n . El Banco alcanza una curva de pérdida más baja.

Punto C — Sesgo inflacionario

Los agentes son racionales y anticipan la jugada: ajustan π^e al alza y la curva de Phillips se desplaza. El equilibrio final tiene **inflación alta y el mismo desempleo natural**.

Secuencia temporal del juego y la respuesta racional del público

El problema de credibilidad surge de la asimetría en el orden de los movimientos.

- 1 **Anuncio (ex ante):** la autoridad anuncia solemnemente una política de estabilidad de precios: «la inflación será cero».
- 2 **Fijación de contratos:** el sector privado forma sus expectativas π^e y negocia salarios nominales y precios.
- 3 **Decisión (ex post):** dado que los salarios ya están fijados contractualmente, la autoridad elige el nivel efectivo de inflación que maximiza su bienestar.

La tentación intrínseca de la discreción es abandonar el plan original para obtener un beneficio real de corto plazo.

Por qué el público no es ingenuo

En un mundo de expectativas racionales, el sector privado entiende la estructura de incentivos del Banco Central y se protege fijando expectativas altas desde el inicio.

La autoridad queda acorralada: si no genera la inflación que el público ya espera, la economía sufre una recesión severa, porque los salarios nominales ya subieron. Termina **convalidando forzosamente** la inflación esperada.

$$\pi = \pi^e \implies u = u_n$$

La lección no es que las autoridades sean incompetentes: dada la estructura de la economía y las preferencias políticas, su mejor respuesta ex post no coincide con su promesa óptima ex ante.

Formalización: la función de pérdida del Banco Central

La autoridad detesta la inflación, pero enfrenta presiones políticas para alcanzar un objetivo de desempleo u^ menor que la tasa natural.*

$$L(u, \pi) = \frac{1}{2}\pi^2 + \frac{\lambda}{2}(u - u^*)^2, \quad u^* < u_n$$

donde $\lambda > 0$ es el peso que el Banco Central otorga a estabilizar el desempleo en relación con el control de la inflación.

La restricción tecnológica

$$u = u_n - \frac{1}{\alpha}(\pi - \pi^e)$$

Bajo discrecionalidad, la autoridad toma π^e como dado y elige π período a período.

Minimización y condición de primer orden

$$\min_{\pi} \frac{1}{2}\pi^2 + \frac{\lambda}{2} \left(u_n - \frac{1}{\alpha}(\pi - \pi^e) - u^* \right)^2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi} = \pi - \frac{\lambda}{\alpha} \left(u_n - \frac{1}{\alpha}(\pi - \pi^e) - u^* \right) = 0$$

Esta es la **función de reacción** del Banco Central: cuánta inflación decidirá generar para cada nivel de inflación esperada.

Derivación 32 · El equilibrio discrecional y el sesgo inflacionario

Resolvemos el juego por inducción hacia atrás: primero la mejor respuesta del Banco Central, después la del público.

- 1 **El objetivo del Banco Central.** Penaliza la inflación y las desviaciones del desempleo respecto de una meta **demasiado ambiciosa**.

$$\min_{\pi} L = \frac{1}{2}\pi^2 + \frac{\lambda}{2}(u - u^*)^2, \quad u^* < u_n$$

- 2 **La restricción.** Curva de Phillips aumentada por expectativas: sólo las **sorpresas** mueven el desempleo.

$$u = u_n - \frac{1}{\alpha}(\pi - \pi^e)$$

- 3 **Sustituya la restricción** en la función de pérdida y defina la ambición $k \equiv u_n - u^* > 0$.

$$L(\pi) = \frac{1}{2}\pi^2 + \frac{\lambda}{2} \left[k - \frac{1}{\alpha}(\pi - \pi^e) \right]^2$$

- 4 **Condición de primer orden.** El Banco Central toma π^e como **dado**: las expectativas ya se formaron.

$$\frac{dL}{d\pi} = \pi - \frac{\lambda}{\alpha} \left[k - \frac{1}{\alpha}(\pi - \pi^e) \right] = 0$$

- 5 **Función de mejor respuesta.** Despeje π en función de las expectativas del público.

$$\pi = \frac{\lambda \alpha k + \lambda \pi^e}{\alpha^2 + \lambda}$$

- 6 **Equilibrio de expectativas racionales.** Imponga $\pi^e = \pi$: los términos en π^e se cancelan.

$$\boxed{\pi^{disc} = \frac{\lambda}{\alpha} (u_n - u^*)} \quad y \quad u = u_n$$

El resultado es demoledor: inflación estrictamente positiva y **ningún** beneficio en desempleo. Puro costo, sin ganancia.



Derivación 33 · Las tres pérdidas: regla, discreción y tentación

Cuantificamos exactamente cuánto cuesta la falta de compromiso y por qué la tentación de engañar es irresistible.

- 1 **Escenario A · Regla creíble.** El Banco Central promete $\pi = 0$ y el público le cree, así que $\pi^e = 0$ y $u = u_n$.

$$L^{regla} = \frac{1}{2}(0)^2 + \frac{\lambda}{2}k^2 = \frac{\lambda}{2}k^2$$

- 2 **Escenario B · Discreción.** Con la inflación de equilibrio recién derivada y $u = u_n$:

$$L^{disc} = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda k}{\alpha} \right)^2 + \frac{\lambda}{2}k^2 = \frac{\lambda k^2}{2} \left(1 + \frac{\lambda}{\alpha^2} \right)$$

- 3 **Escenario C · Tentación (engaño).** El público espera $\pi^e = 0$ pero el Banco optimiza: use la mejor respuesta con $\pi^e = 0$.

$$\pi^{eng} = \frac{\lambda \alpha k}{\alpha^2 + \lambda}, \quad u - u^* = \frac{\alpha^2 k}{\alpha^2 + \lambda} < k$$

- 4 **Pérdida bajo engaño.** Sustituyendo ambos valores en la función de pérdida y simplificando:

$$L^{eng} = \frac{\lambda \alpha^2 k^2}{2(\alpha^2 + \lambda)} = L^{regla} \cdot \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \lambda} < L^{regla}$$

- 5 **Ordenamiento de las tres pérdidas.** Éste es el corazón de la inconsistencia temporal.

$$L^{eng} < L^{regla} < L^{disc}$$

- 6 **Ejemplo numérico** con $\alpha = 1$, $\lambda = 1$, $u_n = 5\%$ y $u^* = 3\%$ (es decir $k = 2$):

$$L^{eng} = 1 < L^{regla} = 2 < L^{disc} = 4$$

La regla es mejor que la discreción, pero el engaño es mejor que la regla: por eso la promesa no es creíble y el público nunca la cree.



Taller en clase · Aritmética del sesgo inflacionario

Tres cálculos cortos con la fórmula $\pi = (\lambda/\alpha)(u_n - u^*)$. Todos se hacen mentalmente.

TRABAJE EN PAREJAS · 15 MINUTOS

- 1 Un Banco Central tiene $\lambda = 2$, $\alpha = 1$, $u_n = 6\%$ y una meta implícita de desempleo de 4% . Calcule el sesgo inflacionario de equilibrio y el desempleo resultante.
- 2 El gobierno reforma el mercado laboral y reduce u_n de 6% a $4,5\%$, sin cambiar la meta $u^* = 4\%$. ¿Qué le ocurre al sesgo inflacionario? ¿Qué le dice esto sobre la relación entre reformas estructurales y política monetaria?
- 3 Dos países tienen el mismo λ pero distinta pendiente de Phillips: $\alpha = 0,5$ y $\alpha = 2$. ¿Cuál sufre mayor sesgo inflacionario? Interprete económicamente qué significa un α pequeño.

Qué debe reconocer en cada caso

- **Problema 1:** $\pi = (2/1)(0,06 - 0,04) = 4\%$ de inflación, con $u = u_n = 6\%$. Cuatro puntos de inflación a cambio de absolutamente nada.
- **Problema 2:** el sesgo cae de 4% a 1% . Las reformas que acercan u_n a la meta política reducen la inflación de equilibrio: la mejor política antiinflacionaria puede ser estructural, no monetaria.
- **Problema 3:** mayor sesgo con $\alpha = 0,5$, porque $\pi = (\lambda/\alpha)k$ se duplica. Un α pequeño significa que hace falta mucha inflación sorpresa para mover el desempleo: la tentación es más costosa y el equilibrio, peor.

PREGUNTA DE CIERRE PARA DISCUTIR

¿Por qué la solución institucional (independencia y metas) resulta más creíble que una simple promesa pública del gobierno de mantener la inflación baja? ¿Qué cambia exactamente en el juego?



El equilibrio discrecional: derivación del sesgo inflacionario

En un mundo con expectativas racionales, los agentes no son engañados sistemáticamente.

El equilibrio de expectativas racionales exige que la inflación efectiva iguale a la esperada:

$$\pi = \pi^e \implies \frac{1}{\alpha}(\pi - \pi^e) = 0$$

Sustituyendo en la condición de primer orden, el término de sorpresa se anula y se obtiene la inflación del equilibrio de Nash:

SESGO INFLACIONARIO

$$\pi_{sesgo} = \frac{\lambda}{\alpha} (u_n - u^*)$$

Interpretación del resultado

- Como $u_n > u$ y $\lambda, \alpha > 0$, la **inflación resultante es estrictamente positiva***: ésta es la demostración matemática del sesgo inflacionario.
- El Banco Central produce inflación, pero como $\pi = \pi^e$, **el desempleo se mantiene implacablemente en u_n** .
- El sesgo es mayor cuando al Banco Central le importa más el desempleo (λ alto) o cuando el objetivo político es demasiado ambicioso (brecha $u_n - u^*$ grande).

Resultado: alta inflación sistemática, nulas ganancias de empleo y una pérdida neta de bienestar. La sociedad paga todos los costos de la inflación sin recibir compensación real.

CLASE

12

Módulo V · Política macroeconómica

Reglas, credibilidad e instituciones

Cómo el diseño institucional resuelve un problema que la buena voluntad no puede resolver. Cierre del curso.

AGENDA DE LA CLASE

- 1 Representación matricial del juego y Equilibrio de Nash
- 2 Ejemplo resuelto: la crítica de Lucas y el desplazamiento de la curva de Phillips
- 3 Reglas frente a discreción: por qué importan las instituciones
- 4 Independencia del Banco Central y metas de inflación
- 5 Anclas nominales alternativas y la evidencia de Alesina–Summers
- 6 **Cinco ejercicios resueltos** y mapa final del curso



Representación matricial del juego de política monetaria

Filas: el Banco Central. Columnas: el sector privado (expectativas). Los pagos son los resultados macroeconómicos en desempleo e inflación.

Banco Central \ Público	Confiar ($\pi^e = 0$)	Desconfiar ($\pi^e > 0$)
Regla ($\pi = 0$)	A — ÓPTIMO SOCIAL $u = u_n ; \pi = 0$	Recesión severa $u > u_n ; \pi = 0$
Discreción ($\pi > 0$)	B — TENTACIÓN $u < u_n ; \pi > 0$	C — EQUILIBRIO DE NASH $u = u_n ; \pi > 0$

Resolución del juego: por qué el equilibrio es el punto C

Analizamos los incentivos de cada jugador.

Estrategia del Banco Central

- Si el público **confía** ($\pi^e = 0$), el Banco prefiere desviarse hacia la discreción para reducir el desempleo por debajo de la tasa natural (punto B).
- Si el público **desconfía** ($\pi^e > 0$), el Banco está obligado a convalidar esa inflación para evitar una contracción severa.

Por lo tanto, **generar inflación es una estrategia dominante.**

Estrategia del público

Con expectativas racionales, el sector privado comprende la estructura de incentivos del Banco Central. Anticipando que cederá a la tentación, **se protege fijando salarios consistentes con inflación alta.**

EL RESULTADO INELUDIBLE

Un equilibrio subóptimo donde la economía padece un sesgo inflacionario crónico sin obtener ningún alivio en el desempleo.

La matriz demuestra por qué los anuncios de estabilidad de precios **carecen de credibilidad** si el Banco Central no cuenta con blindaje institucional.

La crítica de Lucas y el desplazamiento de la curva de Phillips

EJEMPLO RESUELTO DEL LIBRO

Partimos de $\pi = \pi^e - \alpha(u - u_n)$ con $\pi^e = 2$, $u_n = 5$ y $\alpha = 1$. El gobierno trata esta relación como un menú estable y explotable, y decide mantener el desempleo en $u = 3$.

Primera ronda

$$\pi = 2 - 1(3 - 5) = 4$$

El desempleo cae a 3% y la inflación sube a 4%: el trade-off **parece** funcionar.

Segunda ronda

$$\pi^e = 4 \Rightarrow \pi = 4 - 1(3 - 5) = 6$$

Iterando: $\pi^e = 6 \Rightarrow \pi = 8$, y así sucesivamente. **La inflación se acelera** mientras el desempleo regresa a $u_n = 5$ apenas las expectativas se ponen al día.

La lección

La curva de Phillips de corto plazo parecía una relación estructural fija, pero su posición depende de π^e , que a su vez es función del **régimen de política**. Cambie el régimen y la relación estimada se desplaza.

Sólo los objetos genuinamente estructurales —preferencias, la tasa natural u_n y la pendiente α — son invariantes a la política. Ésta es la razón por la que la macro moderna insiste en modelos microfundados y consistentes con expectativas, y por la que el compromiso creíble, y no el intento mecánico de comprar menor desempleo con inflación, es la única vía duradera hacia un buen resultado.



Reglas frente a discreción: el diseño institucional

Un régimen discrecional conduce sistemáticamente a resultados peores que un régimen basado en reglas. La credibilidad es un insumo productivo.

Los dos pilares institucionales

INDEPENDENCIA DEL BANCO CENTRAL

Aislar estructural, legal y financieramente a la autoridad monetaria de las presiones políticas de corto plazo y de los ciclos electorales. Al eliminar el mandato de empujar el empleo por sobre su tasa natural, **se elimina el incentivo inicial** para inflar la economía.

METAS DE INFLACIÓN (INFLATION TARGETING)

Un contrato institucional explícito y verificable: objetivo numérico (por ejemplo 3%), transparencia, comunicación constante (Informes de Política Monetaria) y rendición de cuentas.

Anclas nominales alternativas

- **Reglas de crecimiento monetario constante:** la regla del k por ciento de Friedman, que elimina toda discrecionalidad forzando una expansión monetaria fija.
- **Tipos de cambio fijos:** «importar» la credibilidad monetaria de un banco central extranjero, actuando como ancla nominal estricta y visible.

EVIDENCIA: ALESINA Y SUMMERS (1993)

Los países con Bancos Centrales legalmente más independientes presentan tasas de inflación sistemáticamente más bajas, **sin pagar un costo en mayor desempleo de largo plazo.**

Para debatir: si subir la tasa puede generar recesión en el corto plazo, ¿es democrático que la decisión la tome un directorio técnico no electo? ¿Dónde está el límite entre independencia técnica y rendición de cuentas?

Derivación 34 · El banquero central conservador de Rogoff (1985)

Si no se puede comprometer, delegue en alguien cuyas preferencias sean distintas a las de la sociedad. El álgebra muestra el trade-off exacto.

- 1 **La delegación.** La sociedad nombra a un banquero con una aversión a la inflación **mayor** que la propia.
$$\lambda_B < \lambda \quad (\text{pesa menos el desempleo, más la inflación})$$
- 2 **Repita la derivación anterior con λ_B .** El sesgo inflacionario resultante es proporcionalmente menor.
$$\pi_B^{disc} = \frac{\lambda_B}{\alpha} k < \frac{\lambda}{\alpha} k = \pi^{disc}$$
- 3 **Caso límite $\lambda_B \rightarrow 0$** (banquero «ultraconservador»): el sesgo desaparece por completo.
$$\lambda_B \rightarrow 0 \implies \pi \rightarrow 0$$
- 4 **Pero hay un costo.** Agregue un shock de oferta ε a la curva de Phillips: ahora sí hay algo que estabilizar.
$$u = u_n - \frac{1}{\alpha}(\pi - \pi^e) + \varepsilon$$
- 5 **Respuesta óptima al shock.** Un banquero más conservador acomoda **menos** el shock: el desempleo fluctúa más.
$$\frac{\partial \pi}{\partial \varepsilon} = \frac{\lambda_B \alpha}{\alpha^2 + \lambda_B} \text{ decreciente en el conservadurismo}$$
- 6 **El trade-off de Rogoff.** Existe un λ_B interior óptimo: ni cero ni igual al social.
$$0 < \lambda_B^{opt} < \lambda : \text{ menos sesgo, pero peor estabilización}$$

Esto explica el diseño institucional real: bancos centrales independientes con mandato de inflación, pero con cláusulas de escape y rendición de cuentas.



Ejercicio 1 — Inconsistencia temporal (conceptual)

ENUNCIADO

Defina el concepto de **inconsistencia temporal** y explique por qué socava las promesas de un Banco Central que no tiene independencia.

Ejercicio conceptual 1 de la guía del Capítulo 11.

SOLUCIÓN

Es la situación en que una política óptima anunciada hoy **deja de ser la opción óptima para el gobierno mañana**, una vez que el sector privado ya tomó sus decisiones.

Un Banco Central políticamente dependiente promete inflación cero; pero una vez fijados los salarios, sufre la fuerte tentación de generar inflación para **licuar esos salarios** y estimular artificialmente el empleo por mandato político.

Sabiendo esto, el público **no cree el anuncio original** y fija expectativas altas desde el inicio, de modo que la promesa nunca llega a ser creíble.

El problema no es de voluntad ni de competencia: es de estructura de incentivos.

Ejercicio 2 — La tentación ex post

ENUNCIADO

Un Banco Central enfrenta la curva de Phillips $\pi = \pi^e - 0,5(u - 0,05)$, con $u_n = 5\%$. El Banco promete $\pi = 0\%$.

Si el público le cree ($\pi^e = 0$) y el Banco decide traicionar el anuncio para lograr un desempleo de $u = 3\%$, ¿cuánta inflación sorpresa debe generar?

SOLUCIÓN

$$\pi = 0 - 0.5 (0.03 - 0.05)$$

$$\pi = -0.5(-0.02) = 0.01$$

Para lograr ese efímero auge de empleo, la autoridad debe generar una **sorpresa inflacionaria del 1%**.

Es el movimiento del punto A al punto B del gráfico: mejora el bienestar de la autoridad... pero sólo mientras el público siga confiando.

Ejercicio 3 — El equilibrio discrecional (sesgo)

ENUNCIADO

Con la misma curva de Phillips, asuma ahora que el público es racional y anticipa que el Banco Central siempre generará la inflación sorpresa del 1% para intentar llegar a $u = 3\%$.

Calcule las expectativas del público, la inflación final y el desempleo final.

SOLUCIÓN

El público racional ajusta sus expectativas exactamente al sesgo institucional: $\pi^e = 1\%$. El Banco, para evitar una recesión severa, se ve forzado a convalidarlas: $\pi = 0,01$.

$$0.01 = 0.01 - 0.5(u - 0.05) \Rightarrow u = 0.05$$

Resultado: **la inflación se queda en 1% de forma permanente y el desempleo no mejora** (sigue en su tasa natural de 5%).

Éste es el costo de la falta de reglas: se pagan todos los costos de la inflación sin obtener ningún beneficio real.

Ejercicio 4 — Independencia del Banco Central

ENUNCIADO

El país del ejercicio anterior realiza una reforma constitucional que otorga **independencia estricta** al Banco Central, ordenándole ignorar el desempleo y preocuparse sólo de la inflación (elimina la tentación de buscar $u = 3\%$).

¿Cuál será el nuevo equilibrio de expectativas?

SOLUCIÓN

Como el mandato institucional elimina el incentivo político de explotar el trade-off de corto plazo, el público racional sabe que el Banco no intentará crear inflación sorpresa. El anuncio de $\pi = 0$ se vuelve **totalmente creíble**.

$$\pi^e = 0, \quad \pi = 0, \quad u = u_n = 5\%$$

La sociedad logra **estabilidad de precios sin perder nada** en el mercado laboral.

En términos de la fórmula del sesgo: al fijar $u = u_n$ (o $\lambda = 0$), $\pi_{\text{sesgo}} = (\lambda/\alpha)(u_n - u) = 0$.

Ejercicio 5 — Pérdida de credibilidad

ENUNCIADO

Un Banco Central con metas de inflación anuncia $\pi = 3\%$. Por presiones fiscales, termina inflando la economía al 6%.

Si al año siguiente vuelve a anunciar $\pi = 3\%$ y **sí cumple**, pero el público escéptico ancla sus expectativas en la inflación pasada ($\pi^e = 6\%$), ¿cuál será el desempleo? Asuma $\alpha = 0,5$ y $u_n = 5\%$.

SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} 0.03 &= 0.06 - 0.5(u - 0.05) \\ -0.03 &= -0.5(u - 0.05) \Rightarrow 0.06 = u - 0.05 \\ u &= 0.11 \end{aligned}$$

Por haber perdido la credibilidad en el pasado, estabilizar la inflación le cuesta a la economía una **gravísima recesión**: el desempleo se dispara al 11%.

Ésta es la razón cuantitativa por la que la credibilidad se trata como un activo: reduce el costo real de la desinflación (la «tasa de sacrificio»).

¿Qué modelo responde cada pregunta?

Mapa final de los cinco módulos, en el formato de la tabla resumen del capítulo de conclusiones del libro.

Módulo y modelo	Pregunta central que responde	Condición o resultado clave
I. Fisher: consumo intertemporal	¿Cómo asignan recursos a lo largo del tiempo los hogares prospectivos?	$u'(c_1) = \beta(1+r)u'(c_2)$
I. Deuda pública y q de Tobin	¿Cuándo es sostenible la deuda? ¿Qué determina la inversión física?	$\Delta b \approx (r - g)b + d ; q \geq 1$
II. CCAPM y SDF	¿Cómo moldea el riesgo el consumo y los precios de los activos?	$P = E[mX] ; E[R] - R^f = -Cov(m,R)/E[m]$
III. Ramsey–Cass–Koopmans	¿Cuál es la senda óptima de ahorro y capital?	$\dot{c}/c = (1/\sigma)(f'(k) - \delta - \rho) ; f'(k^*) = \rho + \delta$
III. Diamond (OLG)	¿Cuándo es ineficiente el ahorro descentralizado?	$k^* = [\beta(1-\alpha)/((1+n)(1+\beta))]^{1/(1-\alpha)}$
IV. Ciclos Económicos Reales	¿Hasta dónde llegan los shocks reales por sí solos para explicar el ciclo?	$\psi/(1-L) = w/C \text{ y } 1/C_1 = \beta E[R_2/C_2]$
V. Credibilidad y reglas	¿Por qué importa la credibilidad y cuándo dominan las reglas a la discreción?	$\pi_{sesgo} = (\lambda/\alpha)(u_n - u^*)$

El gran salto conceptual del curso

La diferencia entre un curso intermedio sólido y la macro avanzada no es «más matemáticas»: es el cambio desde reglas de comportamiento ad hoc hacia expectativas racionales y microfundamentos.

Tres ideas que se repiten en máster y doctorado

- 1 **Restricciones intertemporales:** hogares, firmas y gobierno enfrentan presupuestos en valor presente; las identidades de flujo se vuelven ecuaciones de stock.
- 2 **Ecuaciones de Euler:** las decisiones óptimas producen condiciones marginales que conectan hoy con mañana, y reemplazan a las leyes de movimiento ad hoc.
- 3 **Expectativas como variable de estado:** la política no actúa sólo sobre el presente, sino sobre planes y creencias acerca del futuro. Por eso credibilidad, comunicación y reglas importan cuantitativamente.

Al final del curso usted debiera poder

- Leer prensa económica distinguiendo shocks de demanda y de oferta, y anticipar sus efectos.
- Entender la lógica de la política monetaria moderna: reglas, expectativas, credibilidad e instituciones.
- Conectar consumo, ahorro, inversión y precios de activos mediante ecuaciones de Euler.
- Reconocer por qué el DSGE es la síntesis natural: un lenguaje común para dinámica, expectativas, política y cuantificación.

La meta final es saber elegir el modelo correcto para la pregunta correcta, evaluar qué supuestos son defendibles en cada contexto y qué evidencia puede discriminar entre mecanismos alternativos.



Macroeconomía Intermedia no es el final del camino

- Es la «gramática» que permite hablar macroeconomía avanzada con rigor y con evidencia.
- Cada modelo de este curso es un laboratorio: tan simple como sea posible para que su mecanismo permanezca transparente.
- La agenda de frontera —HANK y agentes heterogéneos, fricciones financieras, política en el límite inferior cero, estimación bayesiana de DSGE— se construye enteramente sobre las ecuaciones que ya derivamos aquí.
- Objetivo final: elegir el modelo correcto para la pregunta correcta.

